

Makroquantenphysik

Eine Theorie, die mechanische Naturphänomene
physikalisch erklärt, welche weder von der
Newtonsche Mechanik noch der Allgemeinen
Relativitätstheorie
beschrieben werden

Uwe J. M. Reichelt

Vorwort

Die Theoretische Physik hat ‚weiße Flecken‘, denn es gibt einfache Fragen ohne physikalische Antworten.

Die Frage, ob das Planetensystem strukturiert oder zufällig aufgebaut ist, kann nicht beantwortet werden. Offen ist auch die Frage, ob es möglich ist, die vier Grundkräfte der Physik zu vereinen und wenn wie, das heißt, die Verbindung zwischen Quantenphysik und Allgemeiner Relativitätstheorie liegt nicht vor. Auch kann dem Korrespondenzprinzip zwischen Quantentheorie und Mechanik nur in einer Richtung durch Grenzwertbildung Genüge getan werden. Ebenso fehlt jeglicher Ansatz zur von der Astronomie gefundenen Dunklen Energie. Gilt immer noch die Feynman'sche Frage nach dem Sinn der Feinstrukturkonstanten? ...

Die in dieser Arbeit abgeleitete und vorgestellte neue Theorie soll das ändern.

Ziel der Theorie ist es, die Kluft zwischen Newtonscher Mechanik und Allgemeiner Relativitätstheorie einerseits und der Quantenphysik andererseits zu überbrücken. Es kann erwartet werden, dass diese Theorie viele bisher ungelöste Fragen in Physik, Astrophysik und Astronomie entweder überhaupt erst oder neu beantwortet. Mit Antworten soll sie ihre Legitimation erlangen und die Theoretische Physik bereichern.

Speziell werden deshalb als physikalisches Novum ausführlich ihre Lösungen zu Bahnparametern (Apsidendaten und Exzentrizitäten) von Planeten und deren Monden untersucht, die nicht mit den Keplerschen Gesetzen in der Newtonschen Mechanik und auch nicht durch die Allgemeine Relativitätstheorie zu finden sind. Des Weiteren sollen die Auswirkungen der Theorie unter Beachtung physikalischer Grundforderungen (Korrespondenzprinzip, Anpassung an die Spezielle Relativitätstheorie, Erhaltungssätze) diskutiert werden und es wird gefordert, dass sie zu keiner der etablierten Theorien der Naturwissenschaften in Widerspruch steht, sondern Verbindungen herstellt und Brücken baut, wo zur Zeit Klüfte bestehen.

Die Forderung, dass die neue Theorie passfähig zu anderen Theorien der Physik sein muss, gibt Anlass zu neuen Schlussfolgerungen, die alle zu Beginn gestellten Fragen und aufgezeigten Probleme tangieren, lösen oder Wege zu weiterem Vorgehen aufzeigen.

Die Betrachtungen zur Feinstrukturkonstanten sind ergänzend.

August 2020

Uwe J. M. Reichelt

INHALTSVERZEICHNIS

TEIL I Einleitung

TEIL II Herleitung der Theorie, mathematische Betrachtungen und Ergebnisse zu Apsidendaten von Himmelskörpern

0. Vorbetrachtungen und Herleitung der Gleichungen der Makroquantentheorie

1. Mathematische Betrachtung und Ableitung der Lösungsfunktionen und deren Diskussion für die Planeten des Sonnensystems

2. Ergebnisse bei astronomischen Objekten

2.1 Sonnensystem

2.1.1 Die äußeren Planeten

2.1.1.1 Wellendarstellung

2.1.1.2 Schlussfolgerungen

2.1.2 Die inneren Planeten ohne Asteroiden und ohne Jupiter

2.1.2.1 Wellendarstellung

2.1.2.2 Schlussfolgerungen

2.1.3 Die inneren Planeten mit Asteroiden, ohne Jupiter

2.1.3.1 Verteilungsansicht der Asteroiden (nach Wikipedia)

2.1.3.2 Schlussfolgerungen

2.1.4 Die inneren Planeten mit Jupiter und Asteroiden

2.1.4.1 Wellendarstellung

2.1.4.2 Schlussfolgerungen

2.1.5 Zusammenfassende Überlegungen

2.2 Monde der Planeten

2.2.1 Untersuchungsmethode

2.2.2 Tabellen ermittelter Daten (Wellenlängen, Apsiden, Exzentrizitäten) von Satelliten

2.2.2.1 Planeten der Sonne

2.2.2.2 Monde des Jupiter

- 2.2.2.3 Monde des Saturn
- 2.2.2.4 Monde des Uranus
- 2.2.2.5 Monde des Neptun
- 2.2.2.6 Monde des Pluto
- 2.2.2.7 Monde des Mars
- 2.2.2.8 Erdmond
- 2.2.2.9 innere Planeten von Trappist_1a
- 2.2.2.10 Zusammenfassende Ergebnisse
- 2.2.3 Untersuchung der Verhältnisse von Wellenlängen (aus 2.2.2.2) auf Übereinstimmung mit Formel (15) aus Kap. 1.
- 2.2.3.1 Tabelle der Wellen von Monden des Jupiter
- 2.2.3.2 Vollständiger Wellenlängenvergleich für Jupitermonde
- 2.2.3.3 Schlussfolgerungen
- 2.3 Zusammenhänge: Empirisch ermittelte Beziehungen zwischen mittleren Wellenlängen und der zugehörigen Zentralmasse und von inneren Ringanfängen (r_A) zur Zentralmasse
- 2.3.1 $|\text{Mittlere Wellenlänge(mWl)} / \text{km}| = f(|\text{Zentralmasse(M)}/\text{kg}|)$
- 2.3.2 $|\text{Anfang eines Ringsystems}(r_A)/\text{km}| = f(|\text{Zentralmasse(M)}/\text{kg}|)$

TEIL III Weitere mathematische Ableitungen physikalischer Zusammenhänge

- 1. Relativistische Erweiterung von Teil II-1. Gleichung (1) und Folgerung daraus**
 - 1.1 Erweiterung der Gleichung nach Dirac
 - 1.2 Konsequenz negativer Energie
- 2. Die Feinstrukturkonstante**
 - 2.1 Ableitung der Feinstrukturkonstanten
 - 2.2 Zusammenhang zu Planckeinheiten
 - 2.3 Begrenzung des Periodensystems chemischer Elemente

3. Zur Nichtsingularität bei extrem hohen Massekonzentrationen

4. Ein Weg zur Quantengravitation

4.1 Die Schwarzschildmetrik in der Allgemeinen Relativitätstheorie (ART)

4.2 Der Ansatz zur Quantengravitation über die Schwarzschildmetrik

4.2.1 Eliminieren des Radius

4.2.2 Eliminieren von „GM“

TEIL IV Zusammenfassende Betrachtung der Makroquantentheorie

TEIL I Einleitung

Zur Übersicht werden in dieser Einleitung die Vorgehensweise zur Ableitung des Gleichungssystems der Makroquantentheorie, ihre Lösungsansätze und die sich ergebenden Konsequenzen skizziert.

Aus rein geometrischen und physikalischen Gesichtspunkten der klassischen Mechanik wird das Gleichungssystem unabhängig von anderen Theorien mathematisch hergeleitet. Lediglich die Tatsache, dass Bahnen von Himmelskörpern im Idealfall den Gesetzen der Newtonschen Mechanik und den Hamiltonschen Prinzipien folgen und Kegelschnitten gleichen, wird in Polarkoordinaten genutzt.

Es entstehen zwei Gleichungen mit der Besonderheit, dass statt des reduzierten Wirkungsquantums der Betrag des gewöhnlichen Bahndrehimpulses steht, diese Gleichungen aber ansonsten völlig dem System der Quantenphysik (Schrödinger) gleichen.

Das Korrespondenzprinzip fordert, dass dann auch alle weiteren Bedingungen der Quantenphysik (Energie- und Impulszusammenhang, Wahrscheinlichkeitsaussagen etc.) für dieses abgeleitete Gleichungssystem gelten müssen.

So existiert für jeden konstanten Wert des Bahndrehimpulses auch ein vollständiges Lösungssystem der Eigenwerte, das aber keine praktische Bedeutung bei beliebig variierbaren Bahndrehimpulsen hat.

Eine ebene Welle als Lösungsansatz führt zunächst nur zu speziellen Lösungen, zweier diametraler Punkte, die jedoch zur Beschreibung von Kegelschnitten ausreichen. Erst mit Hilfe der Allgemeinen Relativitätstheorie kann verstanden werden, dass ebene Wellen eine vollständige Lösung darstellen, weil dort gezeigt wird, dass das Gravitationspotential nicht im Hamiltonoperator sondern in der Metrik des 4-dimensionalen Raumes steckt und somit tatsächlich bei Umläufen von astronomischen Objekten ein ‚kräftefreier‘ Fall vorliegt.

Die Quadrate der Wellenlösung stellen Wahrscheinlichkeitsdichten dar und erklären die Problematik der Planetenabstände (auch Mondabstände und Abstände beliebiger Objekte von ihren Zentralmassen) sowie Apsidendaten und Exzentrizitäten.

Genügt die Makroquantentheorie den Erfordernissen der Astronomie, und legitimiert sie sich damit als brauchbare Theorie, so ist es sinnvoll, alle aus ihr folgenden weiteren Möglichkeiten zu untersuchen. Die Anpassung an die Spezielle Relativitätstheorie geschieht nach dem von Paul Dirac genutzten mathematischen Verfahren.

Die dabei auftretende negative Energie kann nun allerdings nicht wie in der Quantenphysik als Antimaterie gedeutet werden und wird ihrer nach dem Newtonschen Gravitationsgesetz abstoßenden Eigenschaft zur baryonischen Materie wegen der ‚Dunklen Energie‘ gleichgesetzt, was zu Folgen in der Kosmologie führt. Denn wird der Energieerhaltungssatz als grundsätzlich geltend angesehen, führt das zur Annahme, der Urknall kann nicht der erste gewesen sein. Schlussfolgerung ist, dass er Ergebnis einer Störung des Vakuumzustandes durch den sich gravitativ komprimierenden, vor dem Urknall vorhandenen Teil (negativer) Dunkler Energie ist und dabei baryonische Materie (einschließlich dunkler Materie) freisetzte wie auch gleichviel neue Dunkle Energie.

Des Weiteren führt das Korrespondenzprinzip zu einem exakten mathematischen Zusammenhang zwischen reduziertem Wirkungsquantum und Bahndrehimpuls und zeigt, dass der Bahndrehimpuls als kleinsten Wert einem reduzierten Wirkungsquantum entspricht, sich selbst aber nur um dessen doppelten Wert ändern kann. Das entspricht dem Spinwert des von der Allgemeinen Relativitätstheorie postulierten Gravitons und erlaubt den Bahndrehimpuls mathematisch durch Wirkungsquanten auszudrücken und somit zum Beispiel in der Schwarzschildmetrik das Wirkungsquantum einzuführen und für diesen Fall die Zusammenhänge der Quantengravitation zu diskutieren. Eine Aussage ist, dass beliebige Massekonzentrationen keine Singularitäten sein können und dass die kleinsten Massen, die einander durch Gravitation umkreisen können, in Zusammenhang zu den Planckeinheiten stehen.

Ergänzend wird eine Betrachtung zur Feinstrukturkonstanten angestellt. Sie wird als Verhältniszahl zwischen der Coulombkraft zweier Elementarladungen zu einer maximal möglichen Elementarkraft, die der Kraft zwischen zwei Planckladungen oder zwei Planckmassen entspricht, ausgewiesen und begründet, dass das

Periodensystem der chemischen Elemente maximal 136 Elemente haben kann.

Die Gültigkeit der Makroquantentheorie gestattet die Aussage, alle sich aus Staubwolken bildenden astronomischen Objekte bilden auch Satellitensysteme, sofern Material ausreichend vorhanden ist und keine größeren Störungen dabei auftreten. Somit ist zu erwarten, dass Planetensysteme um Sterne im Universum den Normalfall bilden und wie die Untersuchungen zeigen, elliptische Bahnen, die kreisförmige Bahnen kreuzen keine Einzelfälle darstellen, sondern relativ häufig sind. Wenn kreuzende Bahnen gleiche mittlere Abstände zum Zentralobjekt haben, sind Einfangszenarien einfach zu erklären wie am Beispiel Erdmond und Plutomond Charon begründet anzunehmen ist. Des Weiteren wird die Frage physikalisch beantwortet, ob Pluto als Planet oder wie neuerdings als Zwergplanet angesehen werden sollte. Auch Zusammenstöße, die beim Uranus die auffällig andere Achslage erklären, sind möglich. Es kann auch gezeigt werden, dass solche Ereignisse zu Störungen im System führen, speziell beim Einfang des Erdmondes lassen sich systematische Störungen an den Nachbarplaneten aufzeigen. Eine klare Struktur der Planetenanordnung im Sonnensystem ergibt sich aus der Anwendung der Theorie in Bezug auf astronomische Daten. Die theoretischen Lösungen können auch bei Untersuchungen der Jupitermonddaten gut bestätigt werden und letztendlich führen die Ergebnisse aller Planetenmonddaten zu einem empirisch ermittelten Zusammenhang zur jeweiligen Zentralmasse, der offensichtlich auch etwas mit den radialen Anfängen von Ringsystemen zu tun hat und mit ersterem Zusammenhang gekoppelt ist.

TEIL II Mathematische Betrachtungen und Ergebnisse zu Apsidendaten von Himmelskörpern

0. Vorbetrachtungen und Herleitung der Gleichungen für Kapitel 1

Die Überlegungen (aus dem Jahre 1981) gehen davon aus, dass ein zentrales Kraftfeld (Gravitation) im Idealfall zu exakten Kegelschnittbahnen führt und deshalb die Betrachtung auf den Fall ebener Bewegungen in Polarkoordinaten beschränkt wird.

Die Bahndarstellung hat die allgemeine Form:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 \cdot \frac{1+\varepsilon}{1+\varepsilon \cdot \cos \varphi} \quad \text{mit } \varepsilon \text{ als Exzentrizität und } r_0 \text{ als kleinstem Radius} \quad (1)$$

Für konstante Exzentrizität (oder konstanten Wert r_0) ergibt das eine Bahnenschar mit den Eigenschaften, dass jede einzelne Bahn konstante Werte für Drehimpuls und Energie aufweist und der Gradient dieser Schar dem Bahnimpuls proportional, jedoch in der Richtung um 90 Grad verdreht ist. Der Impuls auf jeder Bahn ergibt sich aus einem radialen und einem nur vom Winkel abhängigen dazu senkrechten Anteil:

$$\mathbf{p} = m \cdot \left(\dot{r} \mathbf{e}_r + r \dot{\varphi} \mathbf{e}_\varphi \right) \quad (2)$$

Mit der Zeitableitung von (1)

$$\dot{r} = r_0 \cdot \frac{(1+\varepsilon) \varepsilon \sin \varphi}{(1+\varepsilon \cos \varphi)^2} \cdot \dot{\varphi} = r \cdot \frac{\varepsilon \sin \varphi}{(1+\varepsilon \cos \varphi)} \cdot \dot{\varphi} \quad (3)$$

geht (2) über in

$$\mathbf{p} = mr \dot{\varphi} \left(\mathbf{e}_{\varphi} + \frac{\varepsilon \sin \varphi}{1 + \varepsilon \cos \varphi} \mathbf{e}_r \right) \quad (4)$$

und ergibt mit dem Drehimpuls

$$\mathbf{L} = mr^2 \dot{\varphi} \quad (5)$$

$$\mathbf{p} = \frac{\mathbf{L}}{r} \left(\mathbf{e}_{\varphi} + \frac{\varepsilon \sin \varphi}{1 + \varepsilon \cos \varphi} \mathbf{e}_r \right) \quad (6)$$

Andererseits liefert der auf (1) angewendete Gradient in Polarkoordinaten

$$\frac{d}{dr} \mathbf{r} = \left(\pm \mathbf{e}_r \pm \frac{\varepsilon \sin \varphi}{1 + \varepsilon \cos \varphi} \mathbf{e}_{\varphi} \right) \quad (7)$$

worin gegenüber (6) außer Vorzeichen die Richtungsvektoren vertauscht sind.

Anm.: Wird der Operator auf Gleichung (1) angewendet, so liefert er 4 mögliche Gradienten, weil ein Gradient in Richtung veränderlicher Werte zeigt, Gleichung (1) aber sowohl die Orte konstanten Drehimpulses als auch konstanter Energie repräsentiert und der Drehimpuls in radialer Richtung zunimmt, die Energie jedoch ab. Außerdem ist keine Aussage zur Exzentrizität gemacht, diese aber bei gleichem Betrag auch negativ sein kann und dann eine um 180 Grad gedrehte, kongruent verkleinerte Ellipse beschreibt, deren Apoapsis der Periapsis der Ellipse mit positiver Exzentrizität entspricht.

Quadriert man beide Gleichungen spielt das keine Rolle und man erhält

$$\mathbf{p}^2 = \frac{L^2}{r^2} \left(\frac{d}{dr} r \right)^2 \quad (8)$$

Aus der Identität des Impulsquadrates mit dem Produkt eines komplexen Impulses mit seinem konjugiert komplexen ergibt sich, dass der Impuls als komplexer Operator angesehen und damit auch auf komplexe Funktionen angewendet werden kann.

$$\mathbf{p}^2 = \mathbf{p} \mathbf{p}^* \equiv \frac{-i L}{\Psi} \frac{d\Psi}{dr} \cdot \frac{i L}{\Psi^*} \frac{d\Psi^*}{dr} \quad (9)$$

$$\mathbf{p} = \frac{L}{i \Psi} \frac{d\Psi}{dr} \text{ und } \mathbf{p}^* = -\frac{L}{i \Psi^*} \frac{d\Psi^*}{dr} \quad (10)$$

Anm.: Die komplexen Funktionen stellen eine Schar von skalaren Funktionen dar, die mit den Gradientenlinien parallel laufen und jeweils Orte gleicher Impulsphase kennzeichnen und definieren damit den Impuls als Welle.

Im Weiteren wird nur der erste Teil von (10) benutzt, da Ableitungen der konjugiert Komplexen analog verlaufen.

Die Zeitableitung des Impulses ist identisch mit der wirkenden Kraft und diese gleich dem Gradienten ihres Potentials.

$$\dot{\mathbf{p}} = -\frac{dV(r)}{dr} \quad (11)$$

Da im Zentralfeld die Kraft nur radial wirkt, geht Gleichung (11) unter speziellen Bedingungen über in:

$$\dot{\mathbf{p}} = - \frac{dH}{d\mathbf{r}} \quad (12)$$

Gleichung (11) entspricht bei Potentialkräften der Newtonschen Formulierung, (12) ist identisch mit der zweiten Hamiltonschen Gleichung und bei Zeitunabhängigkeit des Hamiltonoperators ist dieser mit der Energie identisch.

Die Hamiltonsche Gleichung lautet für alle Komponenten „k“:

$$\dot{p}_k = - \frac{dH}{dq_k}$$

Nach Gleichung (10) ergibt sich

$$\dot{\mathbf{p}} = - \frac{L}{i} \left(\frac{\dot{\Psi}}{\Psi^2} \frac{d\Psi}{d\mathbf{r}} - \frac{1}{\Psi} \frac{d\dot{\Psi}}{d\mathbf{r}} \right) \quad (13)$$

und es folgt im Vergleich

$$\Psi \frac{dH}{d\mathbf{r}} = \frac{dH\Psi}{d\mathbf{r}} - H \frac{d\Psi}{d\mathbf{r}} = \frac{L}{i} \frac{\dot{\Psi}}{\Psi} \frac{d\Psi}{d\mathbf{r}} - \frac{L}{i} \frac{d\dot{\Psi}}{d\mathbf{r}} \quad (14)$$

sowie nach Umsortieren der Beziehungen des zweiten Gleichheitszeichens (1. + 4. und 2. + 3.):

$$\frac{d}{dr} \Psi \left(H + \frac{L}{i} \frac{\dot{\Psi}}{\Psi} \right) - \left(H + \frac{L}{i} \frac{\dot{\Psi}}{\Psi} \right) \frac{d\Psi}{dr} = 0 \quad (15)$$

und in Umkehrung der Produktregel

$$\Psi \frac{d}{dr} \left(H + \frac{L}{i} \frac{\dot{\Psi}}{\Psi} \right) = 0 \quad (16)$$

Diese Beziehung ist gültig, wenn der Klammerausdruck beliebig konstant ist. Wird er gleich „Null“ gesetzt, entsteht

$$-\frac{L}{i} \frac{\dot{\Psi}}{\Psi} = H\Psi \text{ bzw. } \frac{L}{i} \frac{\dot{\Psi}^*}{\Psi^*} = H\Psi^* \quad (17)$$

Die Gleichungen (17) sind ebenso wie die Beziehungen (10) bis auf den Betrag des Drehimpulses identisch mit der Schroedingergleichung der älteren Quantenphysik. Bei Zeitunabhängigkeit der Energie ist diese mit dem Hamiltonoperator identisch und für die Funktionen der Differentialgleichungen gelten die gleichen Bedingungen wie in der Quantenphysik. Für jeden konstanten Drehimpulswert sind das die vollständigen Eigenwertlösungen. Wäre der Drehimpuls eine analoge Größe, machten die Beziehungen (17) wenig Sinn und ein mathematisch korrekter Übergang zur Schroedingergleichung nicht möglich. Nur wenn er selbst ausschließlich diskrete Werte annehmen kann, ist ein nahtloser Übergang möglich, allerdings spielen die entsprechenden Lösungen analog zur Quantenphysik keine Rolle. In Kap.1 wird ein anderer Lösungsansatz gewählt.

1. Mathematische Betrachtung und Ableitung der Lösungsfunktionen und deren Diskussion für die Planeten des Sonnensystems

Ausgang der Überlegungen sind die Wellengleichungen 0.(10) und 0.(17) und ein Lösungsansatz (3) (Vektoren sind fett gekennzeichnet).

$$-\frac{L}{i} \frac{d}{dt} \Psi = H \Psi \quad (1)$$

$$\mathbf{grad} \Psi = \frac{i}{L} \mathbf{P} \Psi \quad (2)$$

$$\Psi = \Psi_0 e^{\pm \frac{i}{L} (pq + Ht)} \quad (3)$$

Durch Anwenden der Gleichungen (1) und (2) auf den Lösungsansatz (3) ist zu untersuchen, unter welchen Bedingungen er (1) und (2) erfüllt und dabei dennoch eine ebene Welle beschreibt.

Für die Gleichung (1) bedeutet das, der Hamiltonoperator „H“ muss zeitunabhängig sein, ebenso die Orts- und Impulskoordinaten „q“ und „p“.

Wenn „H“ zeitunabhängig ist, entspricht er der Energie (E).

Gleichung (1) folgt bei Vorliegen dieser Bedingungen direkt aus (3).

Gleichung (2) wird auf (3) angewendet, nachdem der Lösungsansatz (3) umgeformt wurde:

$$\Psi = \Psi_0 \left(e^{\pm \frac{i}{L} pq} \right) \left(e^{\pm \frac{i}{L} Et} \right) \equiv \Psi_0 R(p, q) T(E, t)$$

$$\mathbf{grad} \Psi = \Psi_0 (T \mathbf{grad} R + R \mathbf{grad} T)$$

$$\mathbf{grad} R = \left(\frac{dR}{d(pq)} \right) (p \mathbf{grad} q + q \mathbf{grad} p)$$

$$= \pm \frac{i R}{L} (\mathbf{P} + q \mathbf{grad} p)$$

$$\mathbf{grad} T = \frac{dT}{d(Et)} (t \mathbf{grad} E + E \mathbf{grad} t)$$

$$= \pm \frac{i}{L} T (t \mathbf{grad} E + E \mathbf{grad} t)$$

Damit ergibt das:

$$\mathbf{grad} \Psi = \pm \frac{i}{L} (\mathbf{P} + q \mathbf{grad} p + t \mathbf{grad} E + E \mathbf{grad} t) \Psi \quad (4)$$

Gleichung (4) ist mit (2) nur vereinbar, wenn die drei Gradiententerme auf der rechten Seite verschwinden. Gradienten werden zum Nullvektor, wenn sie auf Konstanten angewendet werden oder an Orten, wo Extremwerte herrschen.

Insgesamt folgt, Gleichung (3) ist Lösung von (1) und (2),

1. wenn die Energie zeitunabhängig und konstant ist.
2. an Orten, wo der Impuls (und die Impulskomponenten) einen Extremwert annimmt.
3. wenn die Zeit beim Beschreiben geometrischer Orte keine Rolle spielt

Wendet man dies auf ein System an, das ein kugelsymmetrisches Zentralkraftpotential besitzt wie das Newtonsche Gravitationsfeld, so gibt es nur (allerdings beliebig viele und beliebig im Raum verteilte) Lösungen für jeweils zwei miteinander in Beziehung stehender Raumpunkte, die auf einer Linie durch das Zentrum liegen. Sind das

die Apsiden von Ellipsen, ist damit die gesamte Ellipse eindeutig beschrieben als geometrischer Ort aller Punkte, die den Gleichungen (1) bis (3) genügen und die Forderungen stehen in Einklang zu den Keplerschen Gesetzen.

Dass dies auch allgemein gültig ist, kann nur unter den in Kap. III.4 beschriebenen Bedingungen der Allgemeinen Relativitätstheorie physikalisch verstanden werden, wonach der Gravitationseinfluss nicht im Hamiltonoperator sondern nur noch in der Raummetrik angesiedelt ist.

Von der Lösung (3) reicht es aus, im Weiteren nur den Anteil „R“ zu betrachten, da hier nicht die Bewegungen, sondern nur die Orte, an denen sie stattfinden, von Interesse sind.

Das heißt, der Lösungsansatz wird reduziert auf:

$$\Psi = \Psi_0 \left(e^{\pm \frac{i}{L} p q} \right) \quad (5)$$

Dabei wird die Ortskoordinate „q“ zur radialen Komponente, die in Richtung der Ellipsenhauptachse liegt, der tangentielle Impuls hat an den Apsiden einen Extremwert und der radiale Impulsanteil verschwindet (und hat ebenfalls einen Extremwert).

Da die Raumausrichtung beliebig ist, werden eigentlich Kugelschalen beschrieben, für weitere Untersuchungen genügt jedoch ein eindimensionaler Ansatz. Von den Vorzeichen im Exponenten wird im Weiteren nur das positive betrachtet und die Amplitude wird willkürlich auf „1“ gesetzt. Das ergibt den vereinfachten Ansatz:

$$\Psi = e^{\frac{i}{L} (p_\varphi r)} \quad (6)$$

Hier ist zu diskutieren, welche Aussage diese Gleichung macht. Die auffällige Identität der Gleichungen (1) und (2) mit der Schroedingergleichung der älteren Quantenphysik, Unterschied ist lediglich, dass statt des Wirkungsquantums der Betrag eines Drehimpulses auftritt, sollte anregen, auch die Interpretationen aus

der Quantenphysik beizubehalten. Danach ist unter (6) eine Wahrscheinlichkeitsfunktion(-amplitude) zu verstehen und die Wahrscheinlichkeitsdichte entspricht dem Quadrat (bei komplexen Lösungen dem Produkt aus Komplexer und ihrer konjugiert Komplexen) des Betrages. Folgende Annahmen sind möglich - die „Wellenfunktion“ liefert

1. die Wahrscheinlichkeit, im Abstand „r“ etwas anzutreffen
2. die Wahrscheinlichkeit, dass sich dort etwas herausbildet (eventuell weitere Wahrscheinlichkeitsaussagen)

Es sollten auch in Analogie zur Quantenphysik die Beziehungen für die Energie (E) und den Impuls (P)

$$E = L \omega \quad \text{und} \quad P = \frac{L}{\lambda}; \quad P_{\varphi} = \frac{L}{\lambda_{\varphi}} \quad (7)$$

gelten.

Die zweite Beziehung von (7) bringt den Impuls in Zusammenhang mit einer Wellenlänge. Da in (6) nur die tangentielle Komponente des Impulses auftritt und diese an den beiden Apsidenpunkten Extremwerte haben muss, ist das nur zu gewährleisten, wenn die Wellenlänge folgende Eigenschaften besitzt:

$$\lambda_{\varphi} = \frac{\pi r_0}{m} \quad m = 1, 2, \dots \quad (8)$$

Da an den Orten, wo der tangentielle Impuls einen Extremwert hat, auch der radiale Impuls einen Extremwert aufweisen muss (im Falle von gebundenen Kegelschnittbahnen ist er an den Apsiden gleich Null) kann „r₀“ durch einen typischen Wert (hier „Sigma“ genannt) ersetzt werden, der als Einheit verwendet wird. Es sollten dann auch Werte von Sigma, die direkt mit ‚Pi‘ zusammenhängen, eine Rolle spielen, da die Extremalforderungen so auch erfüllt werden. Allgemein wird für „r₀“ der Ansatz „Sigma(null) mal Pi hoch ‚l‘“ gemacht und die Beziehung (8) kann dargestellt werden in der Form:

$$\lambda_{\varphi} = \frac{\sigma_0 \cdot \pi}{m} l \quad (9)$$

Anmerkung zum Ansatz:

Aus der Annahme, die in Kap. III.3 begründet wird, dass der Bahndrehimpuls eine gequantelte Größe ist, folgt, auch seine Komponenten, also der Radius „r“ und der Impuls „p“ müssen gequantelt sein. Gleichung (7) bedingt dann, dass es auch die Wellenlänge sein muss und Gleichung (8) kann das nur erfüllen, wenn auch „r₀“ multipliziert mit „Pi“ es sind. Die Kreiszahl ist unter den irrationalen Zahlen durch den Kreisumfang (Umlaufbahn) bevorzugt und bildet mit einem beliebigen positiven und auch negativen Exponenten aus ganzen Zahlen, der die Null einschließt, ein vollständiges System ‚gequantelter‘ irrationaler Größen. Die Größe „Sigma-null“ ist dann lediglich ein Dimensionierungsfaktor, da durch Zulassen des Nullexponenten das System der (ohnehin ‚gequantelten‘) rationalen Zahlen eingeschlossen ist.

Der Ansatz (9) umfasst also alle möglichen ‚Quantenzahlen‘ für in Keplerbahnen umlaufende Objekte, wobei, Ergebnisse in den weiteren Kapiteln zeigen es, kleinere Zahlenwerte dominieren.

Beziehung (7) mit (9) eingesetzt in (6) ergibt:

$$\Psi_{\sigma_0, l, m} = e^{i \left(m r / \left(\sigma_0 \cdot \pi l \right) \right)} \quad (10)$$

Die Lösung lautet somit in anderer Schreibweise:

$$\Psi_{\sigma_0, l, m} = \cos \left(m r / \left(\sigma_0 \cdot \pi l \right) \right) + i \sin \left(m r / \left(\sigma_0 \cdot \pi l \right) \right) \quad (11)$$

Realteil und Imaginärteil sind hier voneinander unabhängige Lösungen und haben vereinfacht als Wahrscheinlichkeitsamplituden die Form

$$\Psi = \Psi_c + i \Psi_s$$

Die Wahrscheinlichkeit wird genau wie in der Quantenphysik als Produkt einer Amplitude mit ihrer konjugiert Komplexen gebildet. Die Extremwerte von (11) und damit auch die Maxima für die Wahrscheinlichkeit liegen demnach für den Realteil bei

$$m \cdot r / (\sigma_0 \cdot \pi^l) = n \cdot \pi \Rightarrow r = \frac{n}{m} \sigma_0 \cdot \pi^{l+1} \quad (12)$$

bzw.

$$m \cdot r / (\sigma_0 \cdot \pi^l) = (n + 1/2) \cdot \pi \Rightarrow r = (n + 1/2) \cdot \frac{\sigma_0}{m} \cdot \pi^{l+1} \quad (13)$$

für den Imaginärteil. Dabei gilt $n = 0, 1, \dots$, $m = 1, 2, \dots$ und „ l “ ist eine ganze Zahl, die auch negativ und Null sein kann. Die Wellenlängen (*Wl als Abstand zweier Maximalwerte der quadrierten Cosinus- oder Sinuslösung (11)*) sind für (12) und (13) gleich:

$$\text{Wellenlänge}(Wl) = r_{n+1} - r_n = \frac{\sigma_0}{m} \cdot \pi^{l+1} \quad (14)$$

Interessant ist das Verhältnis von Wellenlängen zueinander, denn es wird nur bestimmt durch Werte von „ l “ und „ m “. Dabei ist „ m “ ein Wellenparameter, der Oberwellen oder ihr Gegenteil beschreibt, und „ l “ variiert die Wellenlänge unabhängig von „ m “. Die Annahme dafür ist, dass die „Sigma“ für mehrere Wellen eines Systems gleich sind. Unter dieser Voraussetzung gilt:

$$Wl(m_1, l_1) / Wl(m_2, l_2) = \frac{m_1}{m_2} \cdot \pi^{(l_1 - l_2)} = \frac{m_1}{m_2} \cdot \pi^k \quad (15)$$

„ k “ kann beliebige positive und negative Werte haben, wobei kleine Werte bevorzugt auftauchen sollten.

Ob diese Annahme für „Sigma“ berechtigt ist, wird in Kap. 2.2.3 untersucht.

Für das Sonnensystem wird „ $\Sigma_0 = 1 \text{ AE}$ “ gesetzt, weil für die äußeren Planeten dann das Saturnmaximum sehr gut mit (12) für „ $m, n = 1$ “ und „ $l = 1$ “ übereinstimmt.

Die Gleichung (12) liefert für die Planeten der Sonne als Zentralmasse mit $m = 1$ und $n = 0, 1, \dots 5$ und $l = 1$ folgende Werte, die Gleichung (13) mit $m = 1$ und $n = 0$ und $l = 1$ weitere:

Tabelle 1 ($m=1, n=0,1,\dots,5, l=1$) der Extremwertlagen in astronomischen Einheiten im Vergleich zu realen Werten und absolute Wahrscheinlichkeitswerte der Wellenlösungen (11) für reale Werte

Himmelskörper	n	r nach (12)	astron. Wert	$ \Psi_c $
SONNE	0	0.00	0.00	1.000000
Saturn	1	9.87	9.58	0.995754
Uranus	2	19.74	19.20	0.985306
Neptun	3	29.61	30.04	0.990595
Pluto (Periapsis)	3	29.61	29.66	0.999867
Pluto	4	39.48	39.48	0.999999
Pluto (Apoapsis)	5	49.35	49.31	0.999926

Himmelskörper	n	r nach (13)	astron. Wert	$ \Psi_s $
Jupiter (Periapsis)	0	4.93	4.95	0.999988
Jupiter	0	4.93	5.20	0.996439

Interessanterweise liefert die hierbei auftretende Wellenlänge von $\sim 9.87 \text{ AE}$ mit (12) für die inneren Planeten zwar keine brauchbaren Abstandswerte, aber sie definiert einen Bereich relativ hoher Wahrscheinlichkeit, indem alle inneren Planeten vertreten sind und dort offensichtlich einer eigenen (Ober)welle folgen.

Tabelle 2 ($m=1$, $n=0$, $l=1$) der Extremwertlagen in astronomischen Einheiten im Vergleich zu realen Werten und absolute Wahrscheinlichkeitswerte der Wellenlösungen (12) bei der Wellenlänge von ~ 9.87 AE für die inneren Planeten

Himmelskörper	n	r nach (11)	astron. Wert	$ \Psi_C $
Merkur (Periapsis)	0	0.00	0.3074	0.9952
Merkur (Apoapsis)	0	0.00	0.4667	0.9890
Venus	0	0.00	0.7233	0.9736
Erde	0	0.00	1.0000	0.9498
Mars (Periapsis)	0	0.00	1.3815	0.9049
Mars	0	0.00	1.5240	0.8846
Mars (Apoapsis)	0	0.00	1.6667	0.8625

Setzt man in (12) „ $m = 59$, $l = 1$ “ als Oberwelle ein, dann liegt der 6. Extremwert dieser Welle bei 1.0037 AE, sie selbst hat eine Wellenlänge von 0,16728 AE und weicht von 0.16666... um weniger als 0,4 % ab. Nach (12) liefern die Werte „ m , $n = 6$, $l = -1$ “ exakt den Wert „1“.

Tabelle 3 ($m=59$, $n=1,2,3,\dots$, $l=1$) der Extremwertlagen in astronomischen Einheiten im Vergleich zu realen Werten und absolute Wahrscheinlichkeitswerte der Wellenlösungen (12) für reale Werte innerer Planeten

Himmelskörper	n	r nach (11)	astron. Wert	$ \Psi_C $
Merkur (Periapsis)	2	0.3346	0.3074	0.9975
Merkur (Apoapsis)	3	0.5018	0.4667	0.9760
Venus	4	0.6691	0.7233	0.9678
Erde	6	1.0037	1.0000	0.9999
Mars (Periapsis)	8	1.3383	1.3815	0.9949
Mars	9	1.5055	1.5240	0.9993
Mars (Apoapsis)	10	1.6728	1.6667	0.9999

Die Diskussion über $n = 1, 5$ und 7 wird in Kap. 2.1.2.2 geführt.

Interessanterweise kann man aus den Abweichungen der theoretischen Apsidenlagen zu den astronomisch ermittelten auf eine für alle inneren Planeten gemeinsam einwirkende Störung schließen, wie die folgenden Tabellen zeigen.

Tabelle der Apsidenlagen $n/6$ AE mit $n=1\dots 10$:

<i>Maximum</i>	<i>Wellenwert/AE</i>	<i>zugeordnet/AE</i>	<i>Differenz/AE</i>	<i>%</i>
1	0.1666	-	-	-
2	0.3333	0.3075	-0.0258	8.4
3	0.5000	0.4667	-0.03331	7.1
4	0.6666	0.7233	0.0566	7.8
5	0.8333	-	-	-
6	1.0	0.9833	-0.0167	1.7
6	1.0	1.0	0	0.0
6	1.0	1.0167	0.0167	1.7
7	1.1666	-	-	-
8	1.3333	1.3815	0.482	3.5
9	1.5	1.524	0.024	1.6
10	1.6666	1.6665	0.00016	~ 0.0

Tabelle der Apsidenlagen $n/6 + m/60$ AE mit $n = 1\dots 10$ und
 $m = -2 \dots +3$:

<i>Nr.</i>	<i>astr.Wert/AE</i>	<i>korr.Wellenw./AE</i>	<i>Differenz/AE</i>	<i>%</i>
1	-	1/6	-	-
2	0.3075	2/6-2/60 = 0.3	0.0075	2.4
3	0.4667	3/6-2/60 = 0.46666	0.00003	~ 0
4	0.7233	4/6+3/60 = 0.71667	-0.0066	0.9
5	-	5/6	-	-
6	0.9833	6/6-1/60 = 0.9833	- 0.00003	~ 0
6	1.0	6/6	0	0.0
6	1.0167	6/6+1/60 = 1.01667	+0.00003	~ 0
7	-	7/6	-	-
8	1.3815	8/6+3/60 = 1.3833	0.0018	0.1
9	1.524	9/6+1/60 = 1.5167	0.0073	0.5
10	1.6665	10/6 = 1.6666	0.0001	~ 0.0

($19.54/2=9.77$ in AE). Der entsprechende in Kap.1.1 angegebene theoretische Wert als Quadrat der Ludolphschen Zahl ist 9.8696 AE. In der dritten Zeile sind die Abweichungen in AE benannt und darunter, was eine Korrektur um ganze Werte einer Welle von 0.1333... AE bewirken würde.

2.1.1.2 Schlussfolgerungen

Die Apsidenlagen der äußeren Planeten (einschließlich Pluto) liegen in annehmbarer Übereinstimmung zu den Maxima der Wellenfunktion. Dabei ist der geringe Unterschied der theoretischen Wellenlänge und der in Abb. 2.1.1.1 aus dem 5. Teil der Plutoapoapside hervorgegangenen so minimal (etwa 0.1 % Abweichung), dass die Wahrscheinlichkeitswerte der Wellenfunktion der Tabelle 1 aus Kapitel 1.1 für die betrachteten Planeten genutzt werden können.

Bemerkenswert ist, dass an allen Maxima bahnrelevante Punkte (Apsiden oder mittlere Abstände) vorliegen, was so zu deuten ist, dass die Wahrscheinlichkeitswelle mit ihren Maxima festlegt, wo Bahnen auftreten können. Dabei treten, wie die Plutobahn zeigt, auch Bahnen auf, die zwischen verschiedenen Maxima pendeln. Dann allerdings sollten bei größeren Himmelskörpern dazwischen auf Dauer kaum stabile Umläufe anderer Körper existieren können. Nur wenn solche die gleiche Umlaufzeit wie das pendelnde Objekt haben, kann das über einen größeren Zeitraum ohne Zusammentreffen funktionieren. Den Zeitraum bestimmt die Apsidendrehung der Körper. Innerhalb der Plutobahn (zwischen 3. und 5. Maximum) hätte demnach ein Objekt am 4. Maximum mit gleicher Umlaufzeit umlaufen können und da Charon etwa 12 % der Plutomasse aufweist und um ein Vielfaches auffallend schwerer ist als alle übrigen Plutomonde ($M_{\text{charon}}/M_{\text{andere}} > 8000$), steht die Frage, ob er vielleicht ein Objekt am 4. Maximum war und von Pluto eingefangen wurde, zumal, wie später in Kap. 2.2.2.6 gezeigt wird, er nicht zur

Wellenfunktion der anderen 4 Monde gehört, sondern eine Sonderstellung im Plutosystem hat.

Himmelskörper, die auf durch Wahrscheinlichkeitswellen bestimmten Bahnen laufen, müssen den obigen Überlegungen nach Exzentrizitäten haben, die Brüche aus ganzen Zahlen entsprechen, da die Exzentrizität aus der positiven Apsidendifferenz geteilt durch die Apsidensumme bestimmt wird, also z.B. im Falle des Pluto, der zwischen den Maxima 3 und 5 pendelt, den Wert $2/8 = 0.25$ ergeben. Der astronomische Wert ist 0.2488 (relative Abweichung 0.48%).

Aus Störungen hervorgegangene Bahnen (gravitative Einflussnahme oder Zusammenstöße) sollten nur zufällig Exzentrizitätswerte aufweisen, die sich durch einfache Brüche ganzer Zahlen darstellen lassen.

These II.1

Charon ist ein ursprünglicher Zwergplanet, der in ca. 39.5 AE Entfernung von der Sonne auf einer etwa kreisförmigen Bahn, die am 4. Maximum einer Cosinuswelle der Wellenlänge von ~ 9.86 AE lag, umkreiste und vom ca. 8 Mal größeren Zwergplaneten Pluto eingefangen wurde. Oder Charon war, wie in 2.1.5 begründet wird, ein Kleinplanet der Sinuswelle gleicher Wellenlänge und pendelte zwischen der 4. und 5. Maximum.

2.1.2 Die inneren Planeten ohne Asteroiden und ohne Jupiter

2.1.2.1 Wellendarstellung

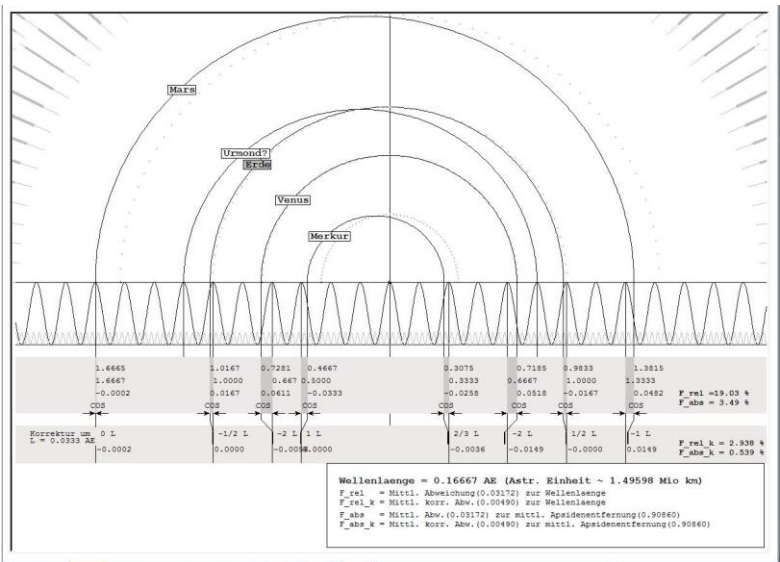


Abb. 2.1.2.1 Bahnen innerer Planeten

2.1.2.2 Schlussfolgerungen

Die Darstellungsart entspricht der aus Kapitel 2.1.1.1. Die eingezeichnete Cosinuswelle mit einer Wellenlänge von 1/6 Astronomischer Einheiten (AE) deckt mit ihren Extrema nur in etwa die Apsidenlagen der betrachteten Planeten, die Marsapoapside wird sehr genau getroffen. Die zusätzlich eingezeichnete hypothetische Bahn eines „Urmond“ genannten Umlaufs ist dabei nicht zu berücksichtigen. Allerdings zeigt eine (schwach mit geringer Amplitude) eingetragene Sinuswelle, als 5. Oberwelle (1/30 AE)

überwiegend sehr gute Übereinstimmung zwischen Extremwerten und Apsiden- bzw. mittleren Bahnwerten. Besonders fällt auf, dass die Erdbahn damit sehr gut erfasst wird, was bei einer Exzentrizität von 0.0167 auch zu erwarten ist. Interessant ist nun, dass mit einfachen Verhältniswerten von $1/30$ AE, was der Apsidendifferenz der Erdbahn entspricht, Korrekturen an den Bahnapsiden für alle Planeten zu einer fast exakten Übereinstimmung zwischen Wellenmaxima ($1/6$ AE) und Apsidenlagen führt und die mittleren Abweichungen im Verhältnis zur Wellenlänge marginal werden. Unter diesem Gesichtspunkt liegen alle (ursprünglichen) Apsidenwerte auf Maxima der Cosinuswelle ($1/6$ AE Wellenlänge) und bis auf 3 sind 10 der Wellenmaxima belegt. Frei bleiben das 1., 5. und 7. Maximum. Zum 1. Maximum kann vermutet werden, dass die Sonnennähe die Herausbildung eines Planeten verhinderte. Beim 5. und 7. Maximum wird es interessant. Für auf den Maxima 5 und 7 kreisende Objekte gibt es keinen Hinweis, nur Maximum 6 ist von der Erde belegt. Bleibt die Annahme, eines zwischen den Maxima 5 und 7 pendelnden Himmelskörpers, der zwangsläufig trotz gleicher Umlaufzeit zur Erde durch seine Periheldrehung (Apsidendrehung) als Bahnkreuzer der Erde nahe gekommen sein muss und von dieser eingefangen wurde oder auf irgendeine Art mit der Erde kollidierte. Bei fehlender Materie in den Lagrangepunkten 4 und 5 des Systems Erde-Mond spricht das für einen kontaktlosen Einfang und dieses Objekt kreist heute als Mond um die Erde. Seine ursprüngliche Bahn ist in Abb. 2.1.2.1 eingezeichnet.

These II.2

Der Erdmond ist ein eingefangener ursprünglicher kleiner Planet mit den Apsiden bei ~ 0.8333 AE und ~ 1.1666 AE mit zwei Kreuzungspunkten zur Erdbahn. Der Einfang lag am Kreuzungspunkt, dem sich der „Urmond“ bei gleicher Umlaufrichtung um die Sonne von außen näherte, da sein heutiger Umlaufsinn um die Erde in gleicher Richtung verläuft.

These II.3

Der Erdmondeinfang muss zu einer starken Störung im Inneren des Sonnensystems geführt haben und durch die entstehende Gravitationswelle Impuls und Energie übertragen haben je nach Auftreffpunkt, Masse des getroffenen Objektes und Entfernung des Auftreffpunktes zum Ausgangspunkt der Gravitationswelle.. Dabei können innere Planeten abgebremst oder beschleunigt werden, je nach Auftreffpunkt. Die äußeren Planeten können nur ‚angehoben‘, also beschleunigt werden. Der Impuls dieser Gravitationswelle führte zu den Abweichungen von der ursprünglichen Bahn für die inneren Planeten.

2.1.3 Die inneren Planeten mit Asteroiden, ohne Jupiter

2.1.3.1 Verteilungsansicht der Asteroiden (nach Wikipedia)

Die in der Abbildung gezeigte Verteilung wurde (willkürlich) beim Ordinatenwert ‚60‘ und an den Minima der Darstellung in Bereiche ‚Sehr häufiges Auftreten‘, ‚normales Auftreten‘ und ‚geringes Auftreten‘ unterteilt. In Abbildung 2.1.3.2 ist dies dann durch entsprechende Strichstärken dargestellt. Die Werte der Bereiche sind der Abb. 2.1.3.1 grafisch entnommen und dementsprechend genau.

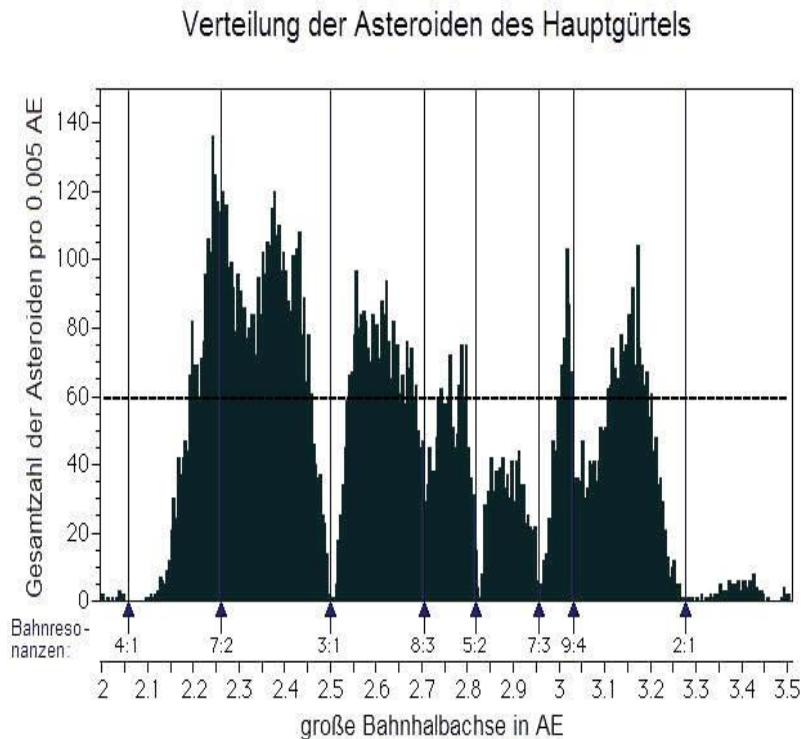


Abb. 2.1.3.1 Asteroidenverteilung nach Wikipedia

Die verwendeten Werte der Bereiche (in AE):

	sehr häufig	normal	gering
Innen	2.2 - 2.46	2.1 - 2.2 2.46 – 2.5	2.1, 2.5
Mitte	2.55 - 2.7 2.74 - 2.8	2.5 - 2.55 2.7 - 2.74 2.8 - 2.83	2.5 2.83
Außen	3.0 - 3.03 3.12 – 3.22	2.83 - 3.0 3.03 - 3.12 3.22 – 3.3	2.83 3.3

In der Wellendarstellung (2.1.3.2) sind die Bereiche dieser Werte durch versetzte Linien in unterschiedlicher Strichdicke dargestellt und auf der linken Seite sind die Wellenextrema ($1/6 \text{ AE}$ Wellenlänge) angedeutet. Zusätzlich sind Werte für Mars und Erde eingetragen, die mit Abschnitt 2.1.2.1 identisch sind.

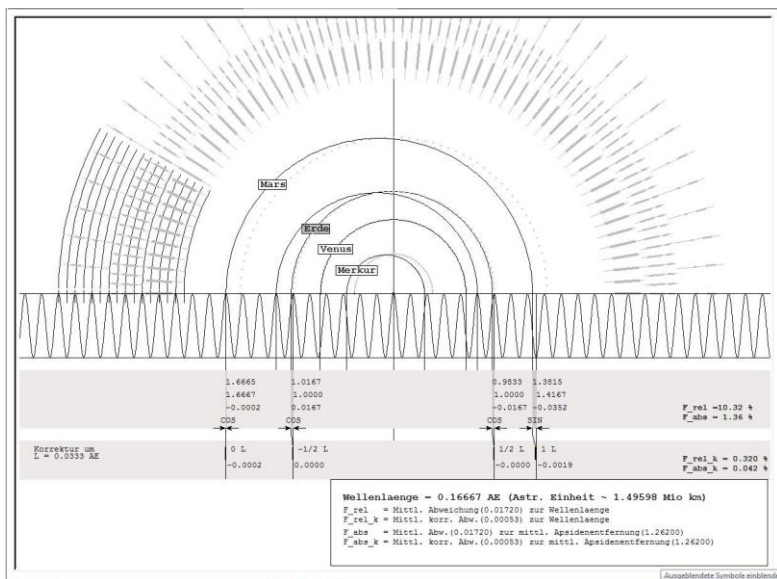


Abb.2.1.3.2 Asteroidenhäufigkeit und Wahrscheinlichkeit 1/6 AE

2.1.3.2 Schlussfolgerungen

Qualitativ scheint sich die Dichteverteilung gut in ein Wellenschema mit der Wellenlänge von $1/6$ AE einzufügen. Zur genaueren Untersuchung wäre es allerdings notwendig, die einzelnen Apsidendaten aller Asteroiden gemeinsam zu untersuchen, was mangelnden Datenmaterials wegen hier nicht gemacht wird.

These II.4

Die Welle der inneren Planeten ($1/6$ AE Wellenlänge) wirkt bis zum Asteroidengürtel und die Störung (Mondeinfang) wirkt sich nur unwesentlich, der Kleinheit der Asteroidenobjekte geschuldet, aus. Bei etwas massiveren Asteroiden wie Ceres ist eine Wirkung erkennbar. Ihre Apsidendifferenz entspricht dem 2.508-fachen der Wellenlänge $1/6$ AE (0.3% Abweichung zu 2.5) und bedeutet, dass Ceres ursprünglich zwischen dem 16. Maximum der Sinus²-Welle (Wellenlänge $1/6$ AE) und dem 18. Maximum der Cosinus²-Welle gleicher Wellenlänge pendelte (ursprüngliche Exzentrizität 0.0746), jetzt aber nach ‚außen‘ verschoben scheint und eine um ca. 1% davon abweichende Exzentrizität (0.0755) aufweist.

2.1.4 Die inneren Planeten mit Jupiter und Asteroiden

2.1.4.1 Wellendarstellung

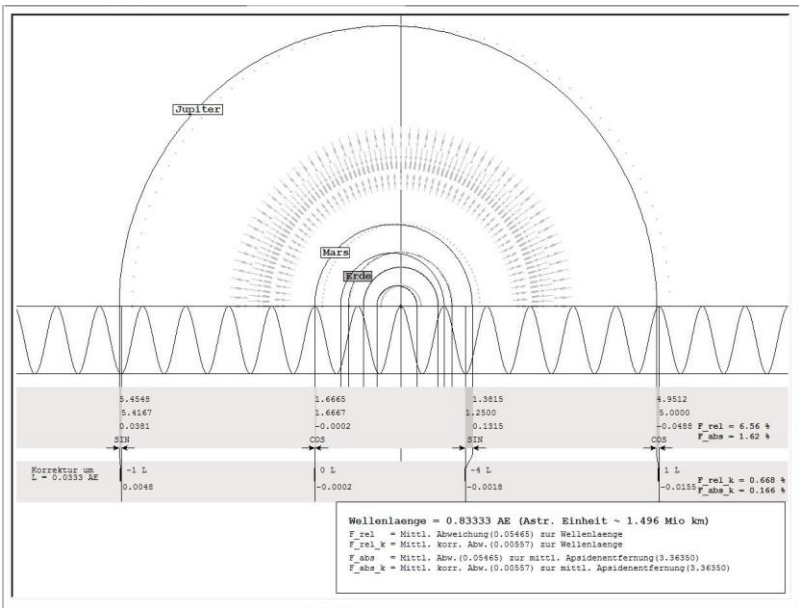


Abb.2.1.4.1 innere Planeten mit Asteroidenverteilung und Jupiterbahn

2.1.4.2 Schlussfolgerungen

Eine Welle der Wellenlänge 5/6 AE erfasst sowohl Jupiter als auch die Asteroiden qualitativ recht gut und auch die Marsapsiden. Eine Korrektur mit ganzen Werten einer Wellenlänge von 1/30 AE führt sogar zu außerordentlich guter Übereinstimmung. Die Apsidendifferenz (0.5037 AE) des Jupiters lässt sich durch 1/6 AE (Wellenlänge) teilen und ergibt 3.022, einen Wert, der nur um 0.7% von 3 abweicht. Seine Periapside ist um 0.1178 AE nach außen

verschoben, was dem 3.533-fachen des Korrekturwertes $1/30$ AE entspricht.

Vor dem Eintreffen der Störungswelle sollte demnach die Periapside des Jupiter auf dem 29. und die Apoapside auf dem 32. Maximum der Cosinus²-Welle mit der Wellenlänge $1/6$ AE gelegen haben, was einer ursprünglichen Bahnexzentrizität von 0.0492 entsprochen hätte (astronomischer Wert 0.0484).

Prüft man, ob auch die Apsidendifferenz des Saturn durch $1/6$ AE ganz- oder halbzahlig zu teilen ist, so wird dies mit 6.495 (0.08% Abweichung zu 6.5) bestätigt. Die Periapside ist um 0.0413 AE nach außen verschoben, also etwa 3 Mal geringer als beim Jupiter trotz geringerer Masse. Ursprünglich sollte die Periapside des Saturn beim 54. Maximum und die Apoapside beim 60. Minimum der gleichen Cosinus²-Welle gelegen haben, was einer Exzentrizität von 0.0568 entspräche (tatsächlicher Wert: 0.0565).

In der Apsidendifferenz des Uranus ist die Wirkung einer Welle der Wellenlänge $1/6$ AE nicht mehr erkennbar, denn die Apsidendifferenz geteilt durch die Wellenlänge ergibt weder annähernd einen ganz- noch einen halbzahligen Wert (10.88). Dies kann nur einer weiteren Störung zugerechnet werden, da die Apsidendifferenz des Neptun geteilt durch 4 den Wert 0.17 AE ergibt, also nur um $\sim 1.9\%$ von $1/6$ AE abweicht und offensichtlich auch noch trotz größerer Entfernung von der „inneren“ Welle beeinflusst ist, während seine Apsiden um 0.24 bzw. 0.32 AE nach außen verschoben erscheinen.

These II.5

Die Wirkung der inneren Welle von $1/6$ AE erstreckt sich bis in den Jupiter- und Saturnbereich. Auch die Störung durch den Mondeinfang. Letztere nimmt nach außen hin ab. Auch beim Neptun ist die Welle $1/6$ AE erkennbar, die Störung jedoch größer, was auf eine weitere Störung schließen lässt.

2.1.5 Zusammenfassende Überlegungen

Die Bahnlagen der äußeren Planeten, einschließlich Pluto, lassen sich offenbar bis auf Jupiter durch den Realteil der Wellenlösung (Cosinus²-Welle mit Wellenlänge ~ 9.87 AE, nach (12) mit n, m und $l = 1$) recht gut beschreiben, es ist die vom Saturn dominierte Welle.

Für die inneren Planeten leistet dies ebenfalls eine Cosinus²-Welle mit der Wellenlänge ~ 0.1673 AE ($9.8696/59$ als Oberwelle) bzw. exakt auf die Astronomische Einheit bezogen mit der Wellenlänge $1/6$ AE (nach (12) mit $n, m = 6$ und $l = -1$).

Bei beiden Wellen fällt auf, dass fast alle Maxima belegt sind. Die Welle der inneren Planeten führt zu der Vermutung, dass der Mond die unbesetzten Maxima 5 und 7 ursprünglich belegte, dann aber von der kreuzenden Erde eingefangen wurde. Auch die Besonderheit des Plutomondes Charon (große Masse, von den restlichen Plutomonden abweichende Wellenlänge) lässt vermuten, dass er von Pluto eingefangen wurde und ursprünglich entweder im 4. Maximum der Saturnwelle umlief oder seine Apsiden symmetrisch zur mittleren Plutoentfernung lagen.

Es erhebt sich die Frage, warum der Imaginärteil der Wellenlösung, nur die Jupiterlage recht ordentlich beschreibt, aber an ihren weiteren Maxima nichts vorzufinden ist? Als Lösung sollte die Sinus²-Welle (Wellenlänge ~ 9.87 AE) der Cosinus²-Welle gleichwertig sein, denn mathematisch betrachtet sind Sinus und Cosinus voneinander unabhängige Funktionen (orthogonal zueinander).

Charon könnte also auch zwischen den Maxima 4 und 5 der Sinus²-Welle ursprünglich gependelt sein und wäre dann ein Plutobahnkreuzer mit gleicher spezifischer Energie und bestens zum Einfang oder Crash geeignet.

Damit wären die Maxima 1, 4 und 5 der Sinuslösung ebenfalls ursprünglich belegt gewesen. Was ist aber mit den Maxima 2 und 3?

Sie liegen symmetrisch zur Bahn des Uranus. Die Belegung der Sinus²-Welle wäre komplett, wenn auch dazwischen ein Objekt als Uranusbahnkreuzer einst umlief, dessen Zusammentreffen mit dem Uranus Spuren hinterlassen haben müsste. Astronomen vermuten in der Tat, dass die abnorme Rotationsachse des Uranus nur durch einen Zusammenstoß mit einem anderen größeren Objekt zustande

gekommen sein kann. In Abb. 2.1.5 ist diese angenommene Sinuswelle zum ursprünglichen Wellenschema (vgl. Abb. 2.1.1.1) hinzugefügt zur Veranschaulichung der Thesen II.6 und II.7

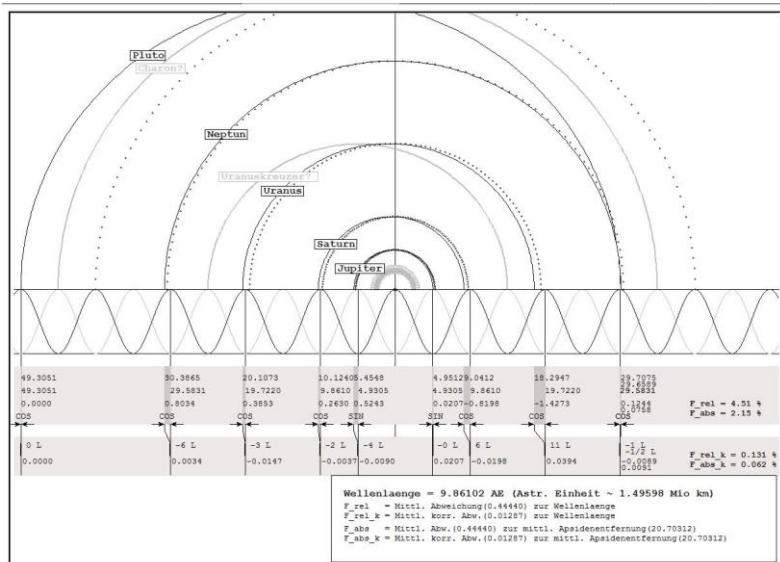


Abb. 2.1.5 Jupiterwelle (Sinus²-Welle in grau) und mögliche ursprüngliche Bahnverläufe von Charon und Uranuskreuzer zusätzlich zu Abb. 2.1.1.1

These II.6

Uranus ist mit einem Objekt der Apsiden ~14.8 AE und ~24.7 AE zusammengestoßen, was zu einem Kippen der Rotationsachse geführt hat.

These II.7

Die Sinuslösung der Wellenlänge ~9.87 AE war ursprünglich an den ersten 5 Maxima mit Umlaufobjekten belegt und der Cosinuslösung gleichwertig.

2.2 Monde der Planeten

2.2.1 Untersuchungsmethode

Sollen die Lösungen (12) und (13) aus Kap. 1.1 physikalisch sinnvoll sein, dann kann man erwarten, dass sie auch bei den Mondbahnen der Planeten wirken. Die Mondbahndaten werden in Astronomischen Einheiten verwendet und ihrer Vielfalt und eventuellen Störungen wegen jedoch mit einem Variationsverfahren untersucht (damit sind die ermittelten Wellenlängen ebenfalls z.T. als gestört anzusehen).

In kleinen Schritten werden Wellenlängen variiert, die zwischen dem größten und kleinsten Wert der Apsiden aller gemeinsam betrachteten Satelliten liegen. Berechnet wird der Wahrscheinlichkeitswert aller Satellitenlagen. Da nur die Cosinuswelle und zwar beide Extrema berücksichtigt sind, wird die absolute Differenz zum Wert plus/minus Eins betrachtet. Willkürliche Bedingung ist obendrein, beide Apsidenwerte eines Satelliten müssen den Schrankenwert von 96 % Wahrscheinlichkeit auf der Welle übersteigen bei betrachteter Wellenlänge. Sie liefern dann für eine Wertungsfunktion jeweils 50 Anteile multipliziert mit dem ermittelten Wahrscheinlichkeitswert. Zusätzlich wird der mittlere Bahnabstand jedes Satelliten nach gleichem Verfahren mit gleicher Wertung gezählt, wenn die Cosinuswerte der Apsidenlagen entweder beide größer als 0.5 oder beide kleiner als 0.5 sind. Die Exzentrizität, so größer Null, wird mit 15 Anteilen nach prozentualer Übereinstimmung zwischen dem astronomischen Wert und dem sich aus den Lagen der nächsten Extremwerte der untersuchten Cosinuswelle ergebenden hinzugenommen. Die Wertungsfunktion summiert diese Beiträge über alle Satelliten, die die 96-%-Schranke für beide Apsiden überbieten und ordnet jener Wellenlänge, deren Wertung nach Variation über den Wellenlängenbereich am höchsten ist, die entsprechenden Satelliten zu und die Wellenvariation wird für den Rest der noch nicht einbezogenen Satelliten fortgeführt, bis jedem Satelliten seine Wellenlänge zugeteilt worden ist. Dabei ist zu beachten, dass innere und äußere Bahnen nicht gemeinsam untersucht werden, denn z.B. die Saturnwelle weist wie aus Kap. 1.1 Tabelle 2 zu entnehmen ist,

für innere Planeten auch größere Wahrscheinlichkeitswerte als 96 % aus.

In den in Kap. 2.2.2 folgenden Tabellen sind die erzielten Werte angegeben. Dabei bedeutet „WS %“ den Wahrscheinlichkeitswert der entsprechenden Wellenfunktion in Prozent für die Apsidenlagen (auch mittlere Bahnabstände).

Das mathematische Verfahren zur Untersuchung, ob auch bei anderen Himmelskörpern als der Sonne Wahrscheinlichkeitswellen die Bahnlagen der zugehörigen Satelliten bestimmen, wird hier am Beispiel des Uranus und seiner Monde in einzelnen Schritten gezeigt.

Abb. 2.2.1.1 zeigt die Gesamtübersicht der (untersuchten) Uranusmondbahnen wie sie das genutzte Rechenprogramm (eigenes Programm in der Computersprache PERL geschrieben) darstellt.

In der oberen Bildhälfte sind die Bahnen so eingezeichnet, dass rechts vom Zentrum die Periapsiden und links die Apoapsiden liegen. In der unteren Hälfte sind die Apsidenwerte herunter gebrochen als Linien. An diesen zeigen kleine Querstriche die Bahnneigung an (Auswahlkriterien, im Bildkopf als Buttons gekennzeichnet, gliedern die Bahnen in retrograde [Neigungswinkel > 90 Grad], reguläre mit Neigungswinkeln nahe 0 Grad und irreguläre mit Bahnneigungen größer 5 Grad aber < 90 Grad) und mit ihrer Höhenlage die ungefähre Masse (Skala rechts) der jeweiligen Monde

Die Massenverteilung, die Neigungswinkel als Funktion der Masse und den Zusammenhang zwischen Neigung und Masse der betrachteten Satelliten stellen die drei kleineren Diagramme in der rechten Bildhälfte dar.

Deutlich ist die Häufung zentraler Monde zu erkennen, die alle regulär sind und auch zum Teil massereicher. Das bedeutet für die Analyse, die zentralen Monde müssen separat untersucht werden, denn sie lägen sonst ausnahmslos auf dem Nullmaximum der ermittelten Wellen.

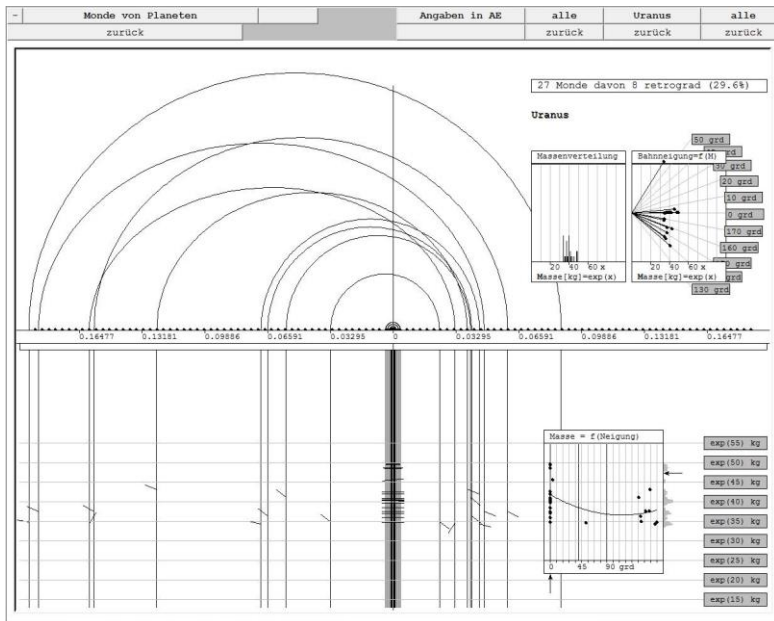


Abb. 2.2.1.1 Gesamtdarstellung von 27 Uranus-Mondbahnen

In einem ersten Schritt wird der Maßstab so vergrößert, dass nur alle Kreisbahnen (innerste Monde) gleichzeitig auf ihre Wellen hin untersucht werden. In Abb. 2.2.1.2 sind diese 12 Monde dargestellt nach erfolgter Analyse. Die erzielten Werte sind in der Tabelle im Bild auf der linken oberen Bildfläche angegeben. In der Bildmitte sind die Wellen in einem Band zu sehen an dessen rechtem Rand ein kleines graues Viereck über die errechneten Exzentrizitäten zu realen Werten Auskunft gibt, was im Falle von Kreisbahnen allerdings keine Information enthält. Im Bildzentrum ist als graue Scheibe die Größe des Planeten Uranus eingezeichnet und der dick gekennzeichnete Halbkreis gehört nicht zu einer Mondbahn, sondern zeigt die Stelle im Uranussystem an, wo das Ringsystem beginnt.

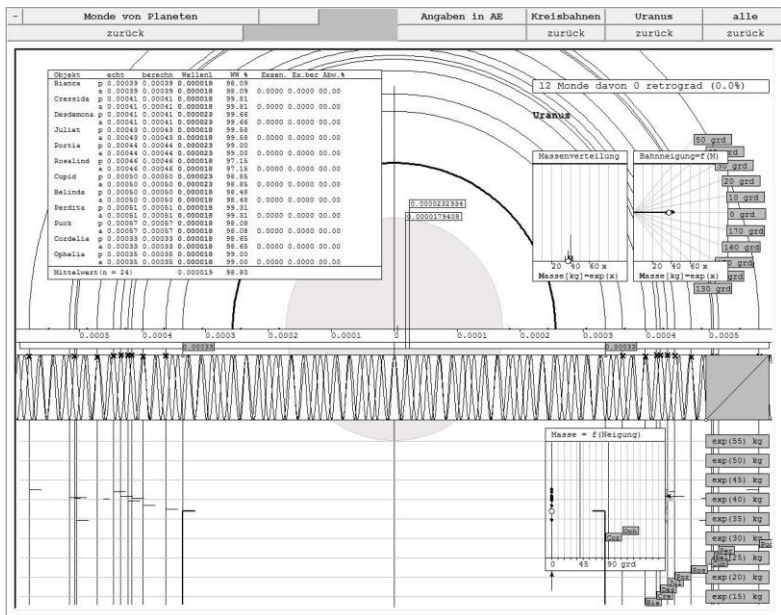


Abb. 2.2.1.2 Analyseergebnis der 12 innersten Uranus-Mondbahnen

Die innersten Kreishbahnen sind somit bestimmt. Es gibt aber noch weitere im Zentrum liegende Bahnen, die ebenfalls getrennt von den verbleibenden äußeren Bahnen zu untersuchen sind. Gemeinsam mit den bereits im ersten Schritt analysierten Bahnen in Abb. 2.2.1.2 sind in Abb. 2.2.1.3 sechs weitere bestimmt.

Analysiert man die 18 Bahnen (zentrale und Kreishbahnen) gemeinsam, ergeben sich bei dieser Untersuchungsmethode etwas andere Wellenlängen. Der Gesamtmittelwert der Wellenlängen aller 27 Monde, der in Abb. 2.2.1.5 angegeben ist, beträgt dann 0.003515 AE statt 0.003279 AE.

Um zu zeigen, wie die Auswirkung auf die ermittelten Wellenlängen ist, wenn man echte Kreishbahnen und zentrale Bahnen gemeinsam statt getrennt untersucht, sind die Abbildungen 2.2.1.5 und 2.2.1.6 angefügt.

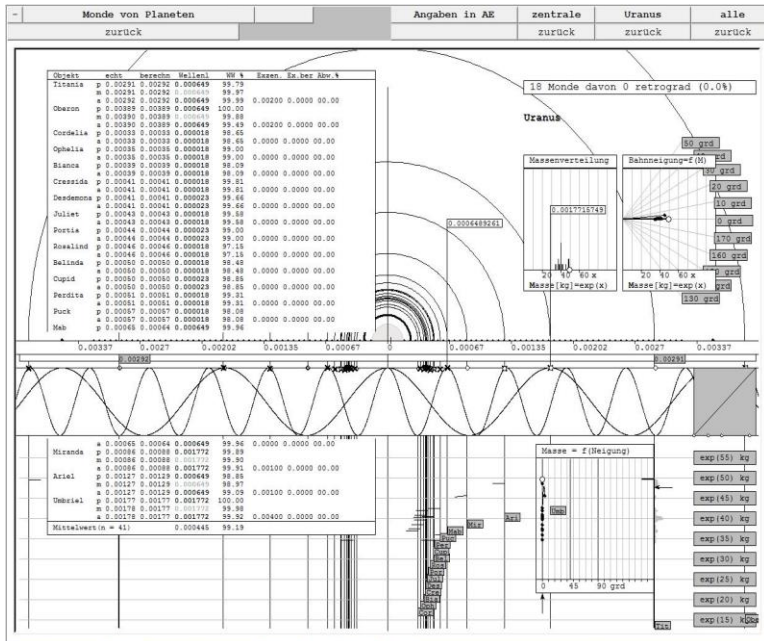


Abb. 2.2.1.3 Untersuchung weiterer 6 innerer Uranus-Mondbahnen

In einem dritten Schritt werden nun die Wellenlängen der verbliebenen Monde bewertet und ergeben das in Abb.2.2.1.4 dargestellte vollständige Schema von 27 Uranus-Monden. Im Diagramm sind in der Tabelle aus Platzgründen die Werte von 7 Monden nicht mehr eingetragen, aber im Mittelwert berücksichtigt.

Bei der Mittelwertberechnung wird die Wellenlänge jedes einzelnen Mondes berücksichtigt, also 27 statt der 8 verschiedenen Wellenlängenwerte genommen.

These II.8

Die Abstände aller Satelliten lassen sich mit dem Wellenschema erklären. Die Bahnstrukturen gelten allgemein, was zur Folge hat, dass alle Himmelskörper Satelliten haben sollten, sofern genügend Ausgangsmaterie bei der Entstehung vorhanden war und keine extreme Störung vorhandene Systeme zerstört hat.

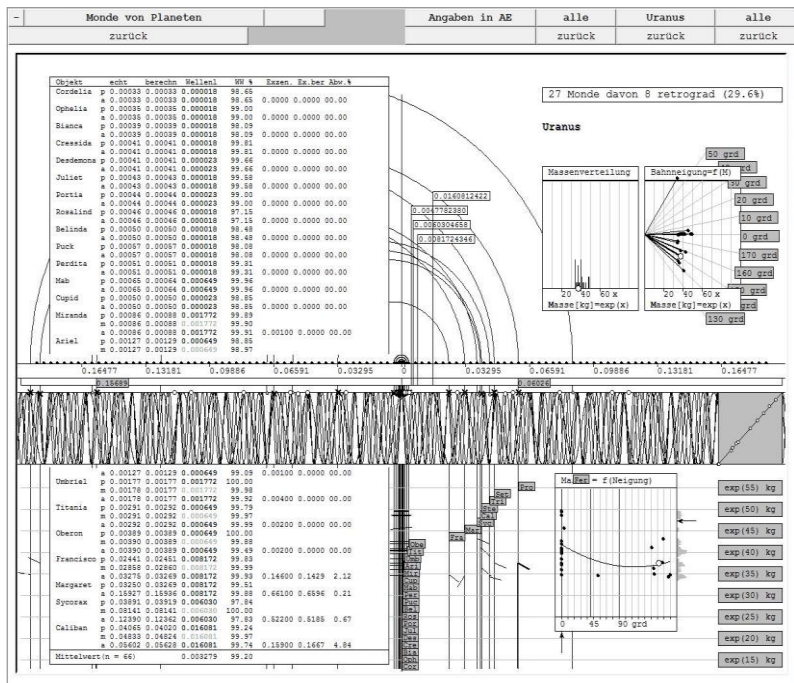


Abb. 2.2.1.4 Ergebnis nach Betrachtung der restlichen Uranus-Mondbahnen (Verfahren 1).

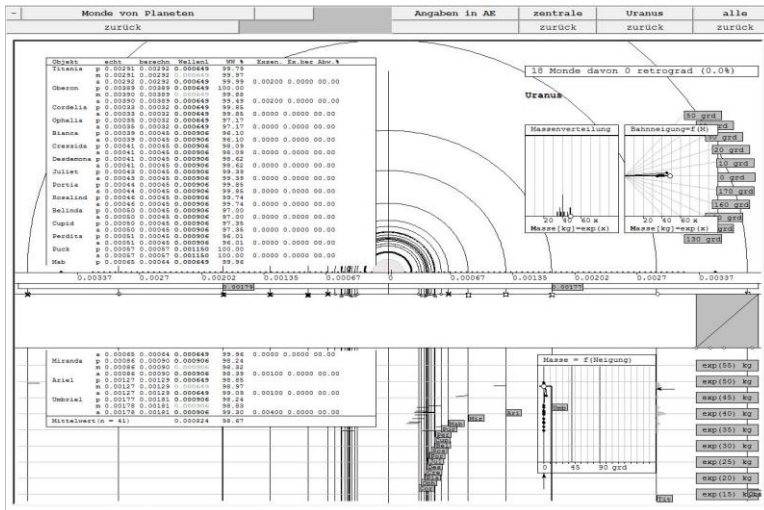


Abb. 2.2.1.5 Ergebnis, wenn die 17 inneren Uranus-Mondbahnen gemeinsam untersucht werden

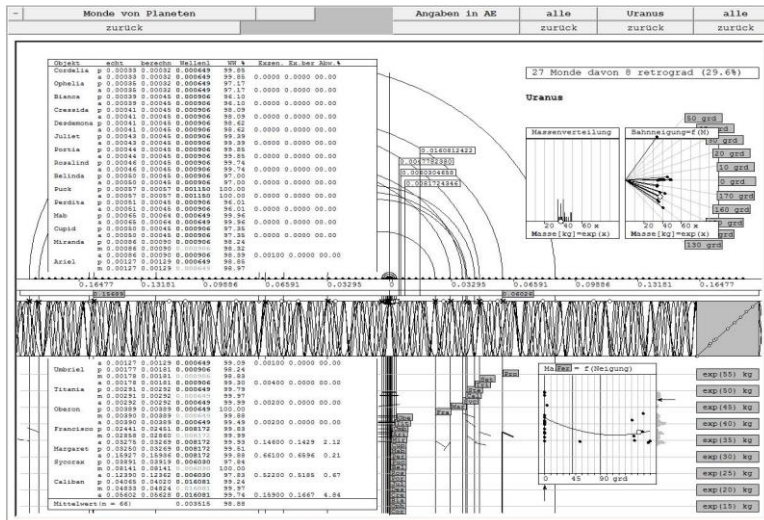


Abb. 2.2.1.6 Gesamtergebnis (Verfahren 2), vgl. Abb. 2.2.1.4

In einer Tabelle sollen die einzelnen Wellenlängenunterschiede der ermittelten Wellenlängen beider Verfahren (1. Verfahren: streng kreisförmige, zentrale sowie Rest; 2. Verfahren: zentrale und Rest) gegenübergestellt werden.

Wellenlängen in AE	1. Verfahren	2. Verfahren
	0.00001794	
	0.00002329	
	0.0006489	0.0006489
		0.0009056
	0.001772	0.0011496
	0.004778	0.004778
	0.006030	0.006030
	0.008172	0.008172
	0.016081	0.016081
Gewichteter Mittelwert	0.003279	0.003515

Will man, wie beabsichtigt, Wellenlängen der Monde verschiedener Planeten miteinander vergleichen, ist der Unterschied unwesentlich. Dem 1. Verfahren wird der Vorzug gegeben.

Sind die Überlegungen von Kap. 2.1.5 richtig, dann hätte es kaum beim Pluto aber beim Uranus Störungen gegeben, die auf die Bahnen ihrer Monde Einfluss haben mussten.

Wie sieht es beim Planeten Jupiter aus?

In Abb. 2.2.1.7 sind die Bahnen der Jupitermonde nach gleichem Schema dargestellt, in Abb. 2.2.1.8 alle retrograden (Neigungswinkel > 90 Grad) und alle irregulären (Neigungswinkel < 90 Grad und > 5 Grad) Jupitermonde und in Abb. 2.2.1.9 nur die retrograden Jupitermonde.

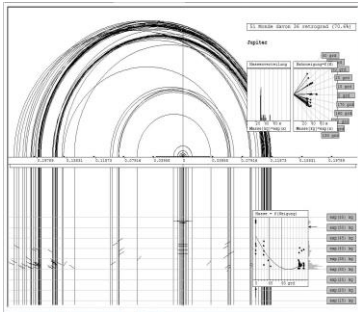


Abb. 2.2.1.7 51 Jupitermonde

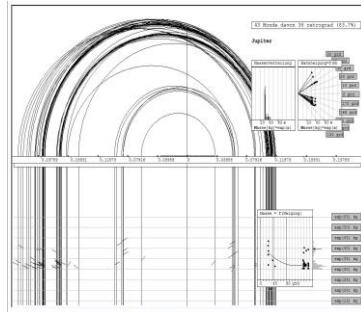


Abb. 2.2.1.8 43 Jupitermonde

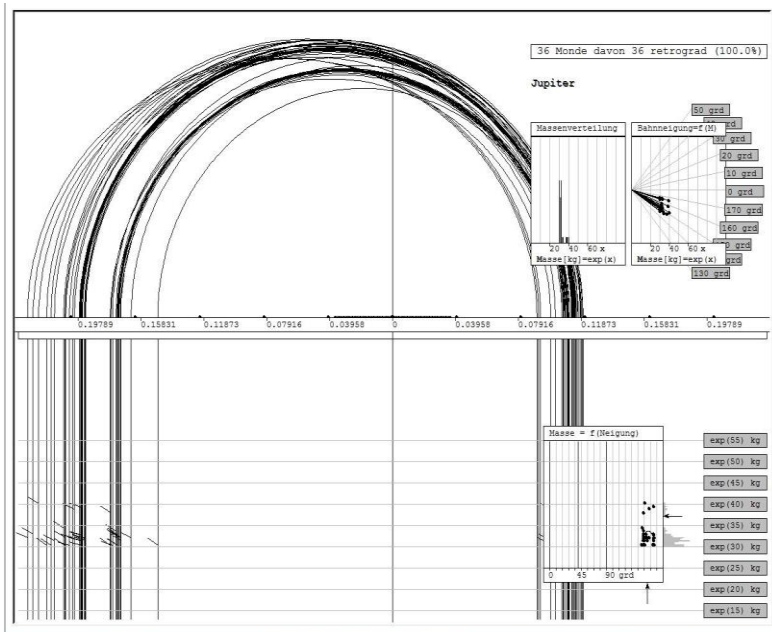


Abb. 2.2.1.9 36 retrograde Jupitermonde

Deutlich sind in den retrograd umlaufenden Mondbahnen zwei Bündel zu erkennen, die alle Kreuzungspunkte zu einem irregulär umlaufenden Mond (Carpo) haben, der wiederum Kreuzungspunkte

zu allen irregulär umlaufenden Monden, bis auf einen, hat. Auch 5 dieser Monde bilden ein Bündel. Hier ist es berechtigt, von einem Zusammenstoß oder nahem Vorbeiflug mit ‚Zerlegung‘ der Körper auszugehen, der diese Bahnen hervorgerufen hat und es sich nicht um eigenständige Monde sondern um Trümmerreste mindestens zweier ursprünglicher Monde handelt. Bleibt die Frage, gibt es Jupitermonde, die durch einen derartigen Ablauf im Wesentlichen ungestört blieben?

Es gibt vier Jupitermonde (die „Galileischen“ Monde) deren kleinster ca. 13000 Mal mehr Masse besitzt als der massereichste aller 47 anderen. Auf diese vier Monde dürfte die oben vermutete Störung so gut wie keinen Einfluss genommen haben.

Die Wellenlängen nur dieser vier werden separat von dem Verfahren zum Jupiter, das in Tabelle 2.2.2.2 angegeben ist, nach dem gleichen Prinzip in einem gemeinsamen Analyselauf ermittelt und ergeben:

Mond	Wellenlänge in AE	Tab. 2.2.2.2 zum Vgl.
-----	-----	-----
Io	0.00563956	0.0027728
Europa	0.00179609	0.0017950
Ganymed	0.00179609	0.0017950
Kallisto	0.00179609	0.0017950

Der Vergleichswert für den Mond Io entspricht etwa dem halben Wert, was daher rührt, dass in 2.2.2.2 noch andere Monde bei der Ermittlung einbezogen waren, die eventuell eine Störung erfahren hatten. Die nur mit den 4 Galileischen Monden durchgeführte Untersuchung sollte einen ungestörten Wert liefern.

Das Verhältnis der beiden Wellenlängen beträgt 3.13990947.

Geteilt durch „Pi“ ergibt das 0.99946, also eine Abweichung von weniger als 0.054% und ist ein praktischer Beleg für die Formel Kap. 1. (15).

In Kap. 2.2.3 werden am Beispiel des Jupiter alle ermittelten Wellenlängen seiner Monde (aufgelistet in den Tabellen Kap. 2.2.2) daraufhin untersucht, inwieweit ihre Verhältnisse untereinander der Formel (15) aus Kap. 1. entsprechen.

2.2.2 Tabellen ermittelter Daten (Wellenlängen, Apsiden, Exzentrizitäten) von Satelliten (Planeten, Monde)

2.2.2.1 Planeten der Sonne

Satellit		Apsidenwerte [AE]		Wellenlänge	WS %	Exzentrizitätswerte		
		astron.	gerechnet	in AE		astron.	ber.	Abw.-%
Erde	a	1.016700	1.015726	0.06771507	99.80	0.0167	0.0169	1.20
	m	1.000000	0.998797	0.06771507				
	p	0.983300	0.981869	0.06771507	99.56			
Mars	a	1.666494	1.664662	0.11097748	99.73	0.0935	0.0909	2.78
	m	1.524000	1.525940	0.11097748				
	p	1.381506	1.387218	0.11097748	97.41			
Urmond?	a	1.166700	1.165264	0.11097748	99.83	0.1667	0.1667	0.00
	m	1.000000	0.998797	0.11097748	99.88			
	p	0.833300	0.832331	0.11097748	99.92			
Venus	a	0.728146	0.721354	0.11097748	96.35	0.0067	0.0000	----
	m	0.723300	0.721354	0.11097748	99.70			
	p	0.718454	0.721354	0.11097748	99.33			
Jupiter	a	5.454825	5.444010	0.32023586	98.88	0.0484	0.0462	4.55
	m	5.203000	5.203833	0.32023586				
	p	4.951175	4.963656	0.32023586	98.51			
Merkur	a	0.466686	0.480354	0.32023586	98.21	0.2056	0.2000	2.72
	m	0.387099	0.400295	0.32023586				
	p	0.307511	0.320236	0.32023586	98.45			
Neptun	a	30.38653	29.31530	19.5435301	97.06	0.0113	0.0000	----
	m	30.04700	29.31530	19.5435301	98.62			
	p	29.70747	29.31530	19.5435301	99.60			
Pluto	a	49.30512	48.85883	19.5435301	99.49	0.2488	0.2500	0.48
	m	39.48200	39.08706	19.5435301	99.60			
	p	29.65888	29.31530	19.5435301	99.70			
Saturn	a	10.12402	9.771765	19.5435301	99.68	0.0565	0.0000	----
	m	9.582600	9.771765	19.5435301	99.91			
	p	9.041183	9.771765	19.5435301	98.63			
Uranus	a	20.10729	19.54353	19.5435301	99.18	0.0472	0.0000	----
	m	19.20100	19.54353	19.5435301	99.70			
	p	18.29471	19.54353	19.5435301	96.02			

2.2.2.2 Monde des Jupiter

Satellit	Apsidenwerte [AE]		Wellenlänge in AE	WS %	Exzentrizitätswerte			
	astron.	gerechnet			astron.	ber.	Abw.-%	
Adrastea	a	0.000863	0.000897	0.00179500	99.64	0.0020	0.0000	----
	m	0.000862	0.000897	0.00179500	99.61			
	p	0.000860	0.000897	0.00179500	99.57			
Europa	a	0.004526	0.004488	0.00179500	99.54	0.0090	0.0000	----
	m	0.004486	0.004488	0.00179500	100.00			
	p	0.004446	0.004488	0.00179500	99.46			
Ganymed	a	0.007162	0.007180	0.00179500	99.90	0.0010	0.0000	----
	m	0.007155	0.007180	0.00179500	99.81			
	p	0.007148	0.007180	0.00179500	99.69			

Satellit		Apsidenwerte [AE]		Wellenlänge in AE	WS %	Exzentrizitätswerte		
		astron.	gerechnet			astron.	ber.	Abw.-%
Kallisto	a	0.012673	0.012565	0.00179500	96.46	0.0070	0.0000	----
	m	0.012585	0.012565	0.00179500	99.88			
	p	0.012497	0.012565	0.00179500	98.59			
Metis	a	0.000857	0.000897	0.00179500	99.50	0.0010	0.0000	----
	m	0.000856	0.000897	0.00179500	99.48			
	p	0.000855	0.000897	0.00179500	99.46			
Eurydome	a	0.195028	0.195017	0.00228090	99.98	0.2760	0.2761	0.04
	m	0.152843	0.152820	0.00228090	99.90			
	p	0.110658	0.110624	0.00228090	99.77			
Amalthea	a	0.001216	0.001386	0.00277280	96.33	0.0030	0.0000	----
	m	0.001213	0.001386	0.00277280	96.17			
	p	0.001209	0.001386	0.00277280	96.01			
Io	a	0.002831	0.002773	0.00277280	99.57	0.0040	0.0000	----
	m	0.002820	0.002773	0.00277280	99.72			
	p	0.002808	0.002773	0.00277280	99.84			
Thebe	a	0.001510	0.001386	0.00277280	98.05	0.0180	0.0000	----
	m	0.001483	0.001386	0.00277280	98.80			
	p	0.001457	0.001386	0.00277280	99.37			
Herse	a	0.176068	0.176021	0.00800097	99.97	0.1900	0.1892	0.42
	m	0.147957	0.148018	0.00800097	99.94			
	p	0.119845	0.120015	0.00800097	99.56			
Sinope	a	0.200028	0.200024	0.00800097	100.00	0.2500	0.2500	0.00
	m	0.160022	0.160019	0.00800097	100.00			
	p	0.120017	0.120015	0.00800097	100.00			
Orthosie	a	0.177433	0.177536	0.00866029	99.86	0.2810	0.2812	0.07
	m	0.138511	0.138565	0.00866029	99.96			
	p	0.099590	0.099593	0.00866029	100.00			
Arche	a	0.192985	0.192920	0.01134821	99.97	0.2590	0.2593	0.12
	m	0.153284	0.153201	0.01134821	99.95			
	p	0.113584	0.113482	0.01134821	99.92			
Ananke	a	0.176923	0.176877	0.01263405	99.99	0.2440	0.2444	0.16
	m	0.142221	0.142133	0.01263405				
	p	0.107519	0.107389	0.01263405	99.90			
Helike	a	0.164307	0.164243	0.01263405	99.97	0.1560	0.1556	0.26
	m	0.142134	0.142133	0.01263405				
	p	0.119961	0.120023	0.01263405	99.98			
Pasiphae	a	0.222505	0.222380	0.01434713	99.93	0.4090	0.4091	0.02
	m	0.157917	0.157818	0.01434713	99.95			
	p	0.093329	0.093256	0.01434713	99.97			
Hermippe	a	0.170915	0.170907	0.01486149	100.00	0.2100	0.2105	0.24
	m	0.141252	0.141184	0.01486149	99.98			
	p	0.111589	0.111461	0.01486149	99.93			
Kallichor	a	0.203147	0.203007	0.01691724	99.93	0.2640	0.2632	0.30
	m	0.160718	0.160714	0.01691724	100.00			
	p	0.118288	0.118421	0.01691724	99.94			
Lysithea	a	0.087096	0.087008	0.01740170	99.98	0.1120	0.1111	0.80
	m	0.078323	0.078308	0.01740170	100.00			
	p	0.069551	0.069607	0.01740170	99.99			
Euporie	a	0.147606	0.147866	0.02464442	99.89	0.1440	0.1429	0.76
	m	0.129026	0.129383	0.02464442				
	p	0.110446	0.110900	0.02464442	99.67			
Iocaste	a	0.172884	0.172511	0.02464442	99.77	0.2160	0.2174	0.65
	m	0.142174	0.141705	0.02464442				
	p	0.111465	0.110900	0.02464442	99.48			
Thelxinoe	a	0.172722	0.172511	0.02464442	99.93	0.2210	0.2174	1.63
	m	0.141459	0.141705	0.02464442				
	p	0.110197	0.110900	0.02464442	99.20			

Satellit	Apsidenwerte [AE]		Wellenlänge	WS %	Exzentrizitätswerte		
	astron.	gerechnet	in AE		astron.	ber.	Abw.-%
Himalia_____a	0.089023	0.088100	0.02517156	98.68	0.1620	0.1667	2.90
m	0.076612	0.075515	0.02517156	98.14			
p	0.064201	0.062929	0.02517156	97.50			
Leda_____a	0.086873	0.088100	0.02517156	97.67	0.1640	0.1667	1.65
m	0.074633	0.075515	0.02517156	98.80			
p	0.062394	0.062929	0.02517156	99.55			
Themisto_____a	0.062325	0.062929	0.02517156	99.43	0.2420	0.2500	3.31
m	0.050181	0.050343	0.02517156	99.96			
p	0.038037	0.037757	0.02517156	99.88			
Eukelade_____a	0.201185	0.201291	0.02875580	99.99	0.2720	0.2727	0.26
m	0.158164	0.158157	0.02875580	100.00			
p	0.115143	0.115023	0.02875580	99.98			
Euanthe_____a	0.171288	0.172636	0.04315891	99.04	0.2320	0.2308	0.52
m	0.139033	0.140266	0.04315891				
p	0.106777	0.107897	0.04315891	99.34			
Harpalyke_____a	0.172962	0.172636	0.04315891	99.94	0.2260	0.2308	2.12
m	0.141078	0.140266	0.04315891				
p	0.109195	0.107897	0.04315891	99.11			
Mneme_____a	0.172808	0.172636	0.04315891	99.98	0.2270	0.2308	1.67
m	0.140838	0.140266	0.04315891				
p	0.108867	0.107897	0.04315891	99.50			
Praxidike_____a	0.173872	0.172636	0.04315891	99.19	0.2300	0.2308	0.35
m	0.141359	0.140266	0.04315891				
p	0.108846	0.107897	0.04315891	99.52			
Thyone_____a	0.172030	0.172636	0.04315891	99.81	0.2290	0.2308	0.79
m	0.139975	0.140266	0.04315891				
p	0.107921	0.107897	0.04315891	100.00			
Callirrho_____a	0.206707	0.206965	0.04599222	99.97	0.2830	0.2857	0.95
m	0.161112	0.160973	0.04599222	99.99			
p	0.115517	0.114981	0.04599222	99.87			
Erinome_____a	0.197003	0.196939	0.05626820	100.00	0.2660	0.2727	2.52
m	0.155611	0.154738	0.05626820				
p	0.114218	0.112536	0.05626820	99.12			
Pasithee_____a	0.195609	0.196939	0.05626820	99.45	0.2670	0.2727	2.13
m	0.154387	0.154738	0.05626820				
p	0.113166	0.112536	0.05626820	99.88			
Carpo_____a	0.162397	0.161417	0.06456687	99.77	0.4300	0.4286	0.33
m	0.113564	0.112992	0.06456687				
p	0.064732	0.064567	0.06456687	99.99			
Dia_____a	0.098549	0.096850	0.06456687	99.32	0.2110	0.2000	5.21
m	0.081378	0.080709	0.06456687				
p	0.064207	0.064567	0.06456687	99.97			
Elara_____a	0.095515	0.096850	0.06456687	99.58	0.2170	0.2000	7.83
m	0.078484	0.080709	0.06456687				
p	0.061453	0.064567	0.06456687	97.72			
Aitne_____a	0.196286	0.194610	0.07784381	99.54	0.2640	0.2500	5.30
m	0.155290	0.155688	0.07784381	99.97			
p	0.114293	0.116766	0.07784381	99.01			
Carme_____a	0.196027	0.194610	0.07784381	99.67	0.2530	0.2500	1.19
m	0.156446	0.155688	0.07784381	99.91			
p	0.116865	0.116766	0.07784381	100.00			
Chaldene_____a	0.193832	0.194610	0.07784381	99.90	0.2510	0.2500	0.40
m	0.154942	0.155688	0.07784381	99.91			
p	0.116052	0.116766	0.07784381	99.92			
Isonoe_____a	0.193374	0.194610	0.07784381	99.75	0.2460	0.2500	1.63
m	0.155196	0.155688	0.07784381	99.96			
p	0.117018	0.116766	0.07784381	99.99			

Satellit		Apsidenwerte [AE]		Wellenlänge in AE	WS %	Exzentrizitätswerte		
		astron.	gerechnet			astron.	ber.	Abw.-%

Kale	a	0.195547	0.194610	0.07784381	99.86	0.2600	0.2500	3.85
	m	0.155196	0.155688	0.07784381	99.96			
	p	0.114845	0.116766	0.07784381	99.40			
Kalyke	a	0.196265	0.194610	0.07784381	99.55	0.2450	0.2500	2.04
	m	0.157643	0.155688	0.07784381	99.38			
	p	0.119020	0.116766	0.07784381	99.17			
Taygete	a	0.195502	0.194610	0.07784381	99.87	0.2520	0.2500	0.79
	m	0.156152	0.155688	0.07784381	99.96			
	p	0.116802	0.116766	0.07784381	100.00			
Aoede	a	0.229554	0.228020	0.09120814	99.72	0.4320	0.4286	0.79
	m	0.160303	0.159614	0.09120814				
	p	0.091052	0.091208	0.09120814	100.00			
Megaclite	a	0.226128	0.228020	0.09120814	99.58	0.4210	0.4286	1.81
	m	0.159133	0.159614	0.09120814				
	p	0.092138	0.091208	0.09120814	99.90			
Autonoe	a	0.205444	0.212199	0.21219894	99.00	0.3340	0.3333	0.21
	m	0.154006	0.159149	0.21219894				
	p	0.102568	0.106099	0.21219894	99.73			
Cyllene	a	0.214684	0.212199	0.21219894	99.86	0.3190	0.3333	4.48
	m	0.162763	0.159149	0.21219894				
	p	0.110842	0.106099	0.21219894	99.51			
Hegemone	a	0.212581	0.212199	0.21219894	100.00	0.3280	0.3333	1.62
	m	0.160076	0.159149	0.21219894				
	p	0.107571	0.106099	0.21219894	99.95			
Kore	a	0.217379	0.212199	0.21219894	99.41	0.3250	0.3333	2.55
	m	0.164060	0.159149	0.21219894				
	p	0.110740	0.106099	0.21219894	99.53			
Sponde	a	0.205985	0.212199	0.21219894	99.16	0.3120	0.3333	6.83
	m	0.157001	0.159149	0.21219894				
	p	0.108017	0.106099	0.21219894	99.92			

2.2.2.3 Monde des Saturn

Satellit		Apsidenwerte [AE]		Wellenlänge in AE	WS %	Exzentrizitätswerte		
		astron.	gerechnet			astron.	ber.	Abw.-%

Mimas	a	0.001267	0.001266	0.00005169	99.96	0.0210	0.0208	0.95
	m	0.001241	0.001241	0.00005169	99.99			
	p	0.001215	0.001215	0.00005169	100.00			
Calypso	a	0.001972	0.001973	0.00009395	99.88	0.0010	0.0000	----
	m	0.001970	0.001973	0.00009395	98.98			
	p	0.001968	0.001973	0.00009395	97.23			
Epimetheu	a	0.001033	0.001033	0.00009395	100.00	0.0210	0.0233	10.95
	m	0.001012	0.001010	0.00009395				
	p	0.000991	0.000986	0.00009395	97.94			
Pallene	a	0.001410	0.001409	0.00009395	99.84	0.0000	0.0000	----
	m	0.001410	0.001409	0.00009395	99.84			
	p	0.001410	0.001409	0.00009395	99.84			
Pan	a	0.000893	0.000893	0.00009395	99.97	0.0000	0.0000	----
	m	0.000893	0.000893	0.00009395	99.97			
	p	0.000893	0.000893	0.00009395	99.97			
Telesto	a	0.001972	0.001973	0.00009395	99.88	0.0010	0.0000	----
	m	0.001970	0.001973	0.00009395	98.98			
	p	0.001968	0.001973	0.00009395	97.23			

Satellit	Apsidenwerte [AE]		Wellenlänge	WS %	Exzentrizitätswerte		
	astron.	gerechnet	in AE		astron.	ber.	Abw.-%
Tethys_____a	0.001970	0.001973	0.00009395	98.98	0.0000	0.0000	----
m	0.001970	0.001973	0.00009395	98.98			
p	0.001970	0.001973	0.00009395	98.98			
Hyperion_____a	0.009963	0.009956	0.00023705	99.17	0.0180	0.0182	1.11
m	0.009787	0.009778	0.00023705				
p	0.009611	0.009601	0.00023705	98.21			
Titan_____a	0.008405	0.008415	0.00023705	98.05	0.0290	0.0290	0.00
m	0.008168	0.008178	0.00023705	98.11			
p	0.007931	0.007941	0.00023705	98.18			
Atlas_____a	0.000920	0.000951	0.00063394	97.74	0.0000	0.0000	----
m	0.000920	0.000951	0.00063394	97.74			
p	0.000920	0.000951	0.00063394	97.74			
Daphnis_____a	0.000912	0.000951	0.00063394	96.41	0.0000	0.0000	----
m	0.000912	0.000951	0.00063394	96.41			
p	0.000912	0.000951	0.00063394	96.41			
Dione_____a	0.002523	0.002536	0.00063394	99.58	0.0000	0.0000	----
m	0.002523	0.002536	0.00063394	99.58			
p	0.002523	0.002536	0.00063394	99.58			
Enceladus_____a	0.001593	0.001585	0.00063394	99.83	0.0010	0.0000	----
m	0.001592	0.001585	0.00063394	99.89			
p	0.001590	0.001585	0.00063394	99.93			
Helene_____a	0.002523	0.002536	0.00063394	99.58	0.0000	0.0000	----
m	0.002523	0.002536	0.00063394	99.58			
p	0.002523	0.002536	0.00063394	99.58			
Methone_____a	0.001297	0.001268	0.00063394	97.96	0.0000	0.0000	----
m	0.001297	0.001268	0.00063394	97.96			
p	0.001297	0.001268	0.00063394	97.96			
Pandora_____a	0.000951	0.000951	0.00063394	100.00	0.0040	0.0000	----
m	0.000947	0.000951	0.00063394	99.97			
p	0.000943	0.000951	0.00063394	99.86			
Polydeuce_____a	0.002523	0.002536	0.00063394	99.58	0.0000	0.0000	----
m	0.002523	0.002536	0.00063394	99.58			
p	0.002523	0.002536	0.00063394	99.58			
Prometheu_____a	0.000934	0.000951	0.00063394	99.27	0.0020	0.0000	----
m	0.000932	0.000951	0.00063394	99.11			
p	0.000930	0.000951	0.00063394	98.93			
Rhea_____a	0.003527	0.003487	0.00063394	96.07	0.0010	0.0000	----
m	0.003523	0.003487	0.00063394	96.72			
p	0.003520	0.003487	0.00063394	97.31			
Phoebe_____a	0.100715	0.100553	0.00329681	97.61	0.1640	0.1619	1.28
m	0.086525	0.086541	0.00329681				
p	0.072335	0.072530	0.00329681	96.60			
Skathi_____a	0.131934	0.131872	0.00329681	99.65	0.2700	0.2698	0.07
m	0.103885	0.103849	0.00329681	99.88			
p	0.075836	0.075827	0.00329681	99.99			
Suttungr_____a	0.144904	0.145059	0.00329681	97.82	0.1140	0.1139	0.09
m	0.130075	0.130224	0.00329681	98.01			
p	0.115247	0.115388	0.00329681	98.20			
Thrymr_____a	0.201185	0.201105	0.00329681	99.43	0.4700	0.4699	0.02
m	0.136860	0.136817	0.00329681	99.83			
p	0.072536	0.072530	0.00329681	100.00			
Mundilfar_____a	0.151131	0.151042	0.00437802	99.59	0.2100	0.2105	0.24
m	0.124902	0.124773	0.00437802	99.16			
p	0.098672	0.098505	0.00437802	98.57			
Narvi_____a	0.181814	0.181688	0.00437802	99.18	0.4310	0.4310	0.00
m	0.127054	0.126962	0.00437802	99.57			
p	0.072294	0.072237	0.00437802	99.84			

Satellit		Apsidenwerte [AE]		Wellenlänge in AE	WS %	Exzentrizitätswerte		
		astron.	gerechnet			astron.	ber.	Abw.-%
Albiorix	a	0.159875	0.160257	0.00866257	98.09	0.4780	0.4800	0.42
	m	0.108170	0.108282	0.00866257	99.83			
	p	0.056465	0.056307	0.00866257	99.67			
Paaliaq	a	0.138590	0.138601	0.00866257	100.00	0.3640	0.3617	0.63
	m	0.101606	0.101785	0.00866257				
	p	0.064621	0.064969	0.00866257	98.42			
Siarnaq	a	0.151758	0.151595	0.00866257	99.65	0.2950	0.2963	0.44
	m	0.117188	0.116945	0.00866257	99.23			
	p	0.082617	0.082294	0.00866257	98.64			
Iapetus	a	0.024469	0.024671	0.04934172	99.98	0.0280	0.0000	----
	m	0.023802	0.024671	0.04934172	99.69			
	p	0.023136	0.024671	0.04934172	99.05			
Ijiraq	a	0.097857	0.098683	0.04934172	99.72	0.3160	0.3333	5.47
	m	0.074359	0.074013	0.04934172	99.95			
	p	0.050862	0.049342	0.04934172	99.07			
Kiviuq	a	0.099079	0.098683	0.04934172	99.94	0.3340	0.3333	0.21
	m	0.074272	0.074013	0.04934172	99.97			
	p	0.049465	0.049342	0.04934172	99.99			
Ymir	a	0.205607	0.205465	0.10273271	100.00	0.3350	0.3333	0.51
	m	0.154013	0.154099	0.10273271	100.00			
	p	0.102419	0.102733	0.10273271	99.99			
Erriapus	a	0.170882	0.177559	0.11837254	96.89	0.4740	0.5000	5.49
	m	0.115931	0.118373	0.11837254	99.58			
	p	0.060980	0.059186	0.11837254	99.77			
Tarvos	a	0.184040	0.177559	0.11837254	97.07	0.5310	0.5000	5.84
	m	0.120209	0.118373	0.11837254	99.76			
	p	0.056378	0.059186	0.11837254	99.45			

2.2.2.4 Monde des Uranus

Satellit		Apsidenwerte [AE]		Wellenlänge in AE	WS %	Exzentrizitätswerte		
		astron.	gerechnet			astron.	ber.	Abw.-%

Belinda	a	0.000503	0.000502	0.00001794	98.48	0.0000	0.0000	0.00
	m	0.000503	0.000502	0.00001794	98.48			
	p	0.000503	0.000502	0.00001794	98.48			
Bianca	a	0.000395	0.000395	0.00001794	98.09	0.0000	0.0000	0.00
	m	0.000395	0.000395	0.00001794	98.09			
	p	0.000395	0.000395	0.00001794	98.09			
Cordelia	a	0.000333	0.000332	0.00001794	98.65	0.0000	0.0000	0.00
	m	0.000333	0.000332	0.00001794	98.65			
	p	0.000333	0.000332	0.00001794	98.65			
Cressida	a	0.000413	0.000413	0.00001794	99.81	0.0000	0.0000	0.00
	m	0.000413	0.000413	0.00001794	99.81			
	p	0.000413	0.000413	0.00001794	99.81			
Juliet	a	0.000430	0.000431	0.00001794	99.58	0.0000	0.0000	0.00
	m	0.000430	0.000431	0.00001794	99.58			
	p	0.000430	0.000431	0.00001794	99.58			
Ophelia	a	0.000359	0.000359	0.00001794	99.00	0.0000	0.0000	0.00
	m	0.000359	0.000359	0.00001794	99.00			
	p	0.000359	0.000359	0.00001794	99.00			
Perdita	a	0.000511	0.000511	0.00001794	99.31	0.0000	0.0000	0.00
	m	0.000511	0.000511	0.00001794	99.31			
	p	0.000511	0.000511	0.00001794	99.31			

Satellit		Apsidenwerte [AE]		Wellenlänge	WS %	Exzentrizitätswerte		
		astron.	gerechnet	in AE		astron.	ber.	Abw.-%
Puck	a	0.000575	0.000574	0.00001794	98.08	0.0000	0.0000	0.00
	m	0.000575	0.000574	0.00001794	98.08			
	p	0.000575	0.000574	0.00001794	98.08			
Rosalind	a	0.000467	0.000466	0.00001794	97.15	0.0000	0.0000	0.00
	m	0.000467	0.000466	0.00001794	97.15			
	p	0.000467	0.000466	0.00001794	97.15			
Cupid	a	0.000500	0.000501	0.00002329	98.85	0.0000	0.0000	0.00
	m	0.000500	0.000501	0.00002329	98.85			
	p	0.000500	0.000501	0.00002329	98.85			
Desdemona	a	0.000419	0.000419	0.00002329	99.66	0.0000	0.0000	0.00
	m	0.000419	0.000419	0.00002329	99.66			
	p	0.000419	0.000419	0.00002329	99.66			
Portia	a	0.000442	0.000443	0.00002329	99.00	0.0000	0.0000	0.00
	m	0.000442	0.000443	0.00002329	99.00			
	p	0.000442	0.000443	0.00002329	99.00			
Ariel	a	0.001278	0.001298	0.00064893	99.09	0.0010	0.0000	0.00
	m	0.001277	0.001298	0.00064893	98.97			
	p	0.001276	0.001298	0.00064893	98.85			
Mab	a	0.000653	0.000649	0.00064893	99.96	0.0000	0.0000	0.00
	m	0.000653	0.000649	0.00064893	99.96			
	p	0.000653	0.000649	0.00064893	99.96			
Oberon	a	0.003908	0.003894	0.00064893	99.49	0.0020	0.0000	0.00
	m	0.003901	0.003894	0.00064893	99.88			
	p	0.003893	0.003894	0.00064893	100.00			
Titania	a	0.002922	0.002920	0.00064893	99.99	0.0020	0.0000	0.00
	m	0.002916	0.002920	0.00064893	99.97			
	p	0.002911	0.002920	0.00064893	99.79			
Miranda	a	0.000869	0.000886	0.00177157	99.91	0.0010	0.0000	0.00
	m	0.000868	0.000886	0.00177157	99.90			
	p	0.000867	0.000886	0.00177157	99.89			
Umbriel	a	0.001787	0.001772	0.00177157	99.92	0.0040	0.0000	0.00
	m	0.001780	0.001772	0.00177157	99.98			
	p	0.001773	0.001772	0.00177157	100.00			
Ferdinand	a	0.191130	0.191130	0.00477824	100.00	0.3680	0.3675	0.14
	m	0.139715	0.139763	0.00477824				
	p	0.088300	0.088397	0.00477824	99.59			
Setebos	a	0.186126	0.186351	0.00477824	97.83	0.5910	0.5918	0.14
	m	0.116987	0.117067	0.00477824	99.72			
	p	0.047848	0.047782	0.00477824	99.82			
Prospero	a	0.156895	0.156792	0.00603047	99.71	0.4450	0.4444	0.13
	m	0.108578	0.108548	0.00603047	99.98			
	p	0.060261	0.060305	0.00603047	99.95			
Sycorax	a	0.123908	0.123625	0.00603047	97.83	0.5220	0.5185	0.67
	m	0.081412	0.081411	0.00603047	100.00			
	p	0.038915	0.039198	0.00603047	97.84			
Francisco	a	0.032756	0.032690	0.00817243	99.93	0.1460	0.1429	2.12
	m	0.028583	0.028604	0.00817243	99.99			
	p	0.024410	0.024517	0.00817243	99.83			
Margaret	a	0.159274	0.159362	0.00817243	99.88	0.6610	0.6596	0.21
	m	0.095890	0.096026	0.00817243				
	p	0.032507	0.032690	0.00817243	99.51			
Stephano	a	0.065739	0.065379	0.00817243	98.10	0.2290	0.2308	0.79
	m	0.053490	0.053121	0.00817243	98.00			
	p	0.041241	0.040862	0.00817243	97.90			
Trinculo	a	0.069211	0.069466	0.00817243	99.04	0.2080	0.2143	3.03
	m	0.057294	0.057207	0.00817243	99.89			
	p	0.045377	0.044948	0.00817243	97.32			

Satellit	Apsidenwerte [AE]		Wellenlänge in AE	WS %	Exzentrizitätswerte		
	astron.	gerechnet			astron.	ber.	Abw.-%
Caliban__a	0.056022	0.056284	0.01608124	99.74	0.1590	0.1667	4.84
m	0.048336	0.048244	0.01608124	99.97			
p	0.040651	0.040203	0.01608124	99.24			

2.2.2.5 Monde des Neptun

Satellit	Apsidenwerte [AE]		Wellenlänge in AE	WS %	Exzentrizitätswerte		
	astron.	gerechnet			astron.	ber.	Abw.-%
Despina__a	0.000351	0.000353	0.00003927	96.72	0.0002	0.0000	----
m	0.000351	0.000353	0.00003927	96.52			
p	0.000351	0.000353	0.00003927	96.31			
Galatea__a	0.000414	0.000412	0.00003927	98.02	0.0000	0.0000	----
m	0.000414	0.000412	0.00003927	98.02			
p	0.000414	0.000412	0.00003927	98.02			
Larissa__a	0.000492	0.000491	0.00003927	98.72	0.0014	0.0000	----
m	0.000492	0.000491	0.00003927	99.66			
p	0.000491	0.000491	0.00003927	100.00			
Proteus__a	0.000787	0.000785	0.00003927	98.83	0.0005	0.0000	----
m	0.000786	0.000785	0.00003927	99.41			
p	0.000786	0.000785	0.00003927	99.79			
Thalassa__a	0.000335	0.000334	0.00003927	99.39	0.0002	0.0000	----
m	0.000335	0.000334	0.00003927	99.47			
p	0.000335	0.000334	0.00003927	99.54			
Naiad____a	0.000323	0.000322	0.00064478	100.00	0.0004	0.0000	----
m	0.000322	0.000322	0.00064478	100.00			
p	0.000322	0.000322	0.00064478	100.00			
Halimede__a	0.165178	0.165171	0.00158058	99.98	0.5711	0.5714	0.05
m	0.105135	0.105109	0.00158058	99.72			
p	0.045092	0.045047	0.00158058	99.17			
Triton____a	0.002372	0.002371	0.00158058	100.00	0.0000	0.0000	----
m	0.002372	0.002371	0.00158058	100.00			
p	0.002372	0.002371	0.00158058	100.00			
Laomedeia__a	0.224322	0.224457	0.00307475	98.10	0.4237	0.4244	0.17
m	0.157562	0.157581	0.00307475				
p	0.090803	0.090705	0.00307475	99.00			
Nereid____a	0.064540	0.064570	0.00307475	99.91	0.7512	0.7500	0.16
m	0.036855	0.036897	0.00307475	99.81			
p	0.009169	0.009224	0.00307475	99.69			
Sao____a	0.193812	0.193709	0.00307475	98.90	0.2931	0.2923	0.27
m	0.149882	0.149894	0.00307475				
p	0.105951	0.106079	0.00307475	98.31			
Neso____a	0.483392	0.483142	0.01558522	99.75	0.4945	0.4940	0.10
m	0.323447	0.323393	0.01558522				
p	0.163503	0.163645	0.01558522	99.92			
Psamathe__a	0.452567	0.451971	0.01558522	98.56	0.4499	0.4500	0.02
m	0.312137	0.311704	0.01558522	99.24			
p	0.171706	0.171437	0.01558522	99.71			

2.2.2.6 Monde des Pluto

Satellit	Apsidenwerte [AE]			Wellenlänge in AE	WS %	Exzentrizitätswerte		
	astron.	gerechnet				astron.	ber.	Abw.-%
Charon_____a	0.000117	0.000117	0.00000117	100.00		0.0022	0.0025	11.61
m	0.000117	0.000117	0.00000117					
p	0.000117	0.000117	0.00000117	99.92				
Hydra_____a	0.000435	0.000435	0.00000465	97.71		0.0055	0.0054	2.53
m	0.000433	0.000432	0.00000465	98.97				
p	0.000430	0.000430	0.00000465	99.70				
Kerberos____a	0.000386	0.000386	0.00000465	99.85		0.0000	0.0000	----
m	0.000386	0.000386	0.00000465	99.87				
p	0.000386	0.000386	0.00000465	99.85				
Nix_____a	0.000325	0.000326	0.00000465	99.89		0.0000	0.0000	----
m	0.000325	0.000326	0.00000465	99.87				
p	0.000325	0.000326	0.00000465	99.89				
Styx_____a	0.000284	0.000284	0.00000465	98.93		0.0000	0.0000	----
m	0.000284	0.000284	0.00000465	98.84				
p	0.000284	0.000284	0.00000465	98.85				

2.2.2.7 Monde des Mars

Satellit	Apsidenwerte [AE]			Wellenlänge in AE	WS %	Exzentrizitätswerte		
	astron.	gerechnet				astron.	ber.	Abw.-%
Deimos_____a	0.000157	0.000157	0.00006272	100.00		0.0003	0.0000	----
m	0.000157	0.000157	0.00006272	100.00				
p	0.000157	0.000157	0.00006272	100.00				
Phobos_____a	0.000064	0.000063	0.00006272	99.79		0.0151	0.0000	----
m	0.000063	0.000063	0.00006272	100.00				
p	0.000062	0.000063	0.00006272	99.76				

2.2.2.8 Erdmond

Satellit	Apsidenwerte [AE]			Wellenlänge in AE	WS %	Exzentrizitätswerte		
	astron.	gerechnet				astron.	ber.	Abw.-%
Mond_____a	0.002711	0.002713	0.00028555	99.95		0.0549	0.0556	1.28
m	0.002570	0.002570	0.00028555	100.00				
p	0.002428	0.002427	0.00028555	99.98				

2.2.2.9

innere Planeten von Trappist_1a

Satellit		Apsidenwerte [AE]		Wellenlänge in AE	WS %	Exzentrizitätswerte		
		astron.	gerechnet			astron.	ber.	Abw.-%

1_b	a	0.011891	0.011935	0.00183621	99.43	0.0810	0.0833	2.84
	m	0.011000	0.011017	0.00183621	99.91			
	p	0.010109	0.010099	0.00183621	99.97			
1_g	a	0.047745	0.047741	0.00183621	100.00	0.0610	0.0612	0.33
	m	0.045000	0.044987	0.00183621	99.95			
	p	0.042255	0.042233	0.00183621	99.86			
1_d	a	0.022470	0.022500	0.00300000	99.90	0.0700	0.0714	2.00
	m	0.021000	0.021000	0.00300000	100.00			
	p	0.019530	0.019500	0.00300000	99.90			
1_c	a	0.016245	0.016203	0.00462931	99.92	0.0830	0.0769	7.35
	m	0.015000	0.015045	0.00462931				
	p	0.013755	0.013888	0.00462931	99.19			
1_e	a	0.030380	0.030091	0.00462931	96.19	0.0850	0.0833	2.00
	m	0.028000	0.027776	0.00462931	97.70			
	p	0.025620	0.025461	0.00462931	98.84			
1_f	a	0.039331	0.039349	0.00462931	99.98	0.0630	0.0625	0.79
	m	0.037000	0.037034	0.00462931	99.95			
	p	0.034669	0.034720	0.00462931	99.88			
1_h	a	0.060000	0.060181	0.00462931	98.50	0.0000	0.0000	----
	m	0.060000	0.060181	0.00462931	98.50			
	p	0.060000	0.060181	0.00462931	98.50			

2.2.2.10 Zusammenfassende Ergebnisse

Aus den Tabellenwerten wurde mit je einem Wert jedes Satelliten eine mittlere Wellenlänge berechnet. Die Werte für die Anfangsentfernung der Ringsysteme (RA = Ringanfänge) sind Wikipedia^{II.2} entnommen. Beide Zahlenreihen sind Grundlage der Untersuchung ihres Zusammenhanges zur jeweiligen Zentralmasse, die wie in Teil I beschrieben und in Teil II Kap. 2.3 wiedergegeben, mit Hilfe linearer Regressionen im doppelt logarithmischen Maßstab durchgeführt wurden.

Wellenlängenmittelwerte und Ringanfänge (RA)

Zentralkörper	Satelliten	Wellenlänge in AE	RA in km
Sonne	10	7.90328685	(690956)
Jupiter	51	0.05252795	92000
Saturn	34	0.01596655	67000
Uranus	27	0.00284291	38000
Neptun	13	0.00341515	41900
Erde	1	0.00028555	(17951)
Mars	2	6.272e-005	9378*
Pluto	5	3.954e-006	(3141)
Trappist-1a	7	0.00359852	(338240)

Die Werte in Klammern sind aus der ermittelten Regressionsfunktion der anderen Zentralkörper berechnete.

*) Der (Phobos-)Abstand für den Mars wurde in der Regression als ‚Ringanfang‘ gewertet.

Interessant ist, dass nur der Zusammenhang von mittlerer gewichteter Wellenlänge zu Zentralmasse gut gesichert nachzuweisen ist (vgl. Abb. 2.3.2).

II.2) Wikipedia/Jupiterringe (Saturnringe, etc.) Stand vom 01.08.2017

Man könnte annehmen, dass die gemittelten Bahnabstände ein gleichwertiges Ergebnis liefern. Das ist nicht der Fall. Abbildung 2.2.2.10.1 zeigt dies.

Das Bestimmtheitsmaß liegt mit ca. 89% deutlich schlechter und der Anstiegskoeffizient ist bei 99.9%-iger Sicherheit gerade schwach größer als Null.

Auch wenn die Einzelwerte der Bahnradien aller Satelliten zur Analyse herangezogen werden, gibt es keinen gut gesicherten Zusammenhang (Abb. 2.2.2.10.2), obwohl hier 140 Werte statt 8 vorliegen. Zwar ist nun sicher (99.9%), dass der Anstieg größer Null ist, also ein Zusammenhang nicht abgelehnt wird, aber das Bestimmtheitsmaß liegt mit ca. 47% sehr niedrig.

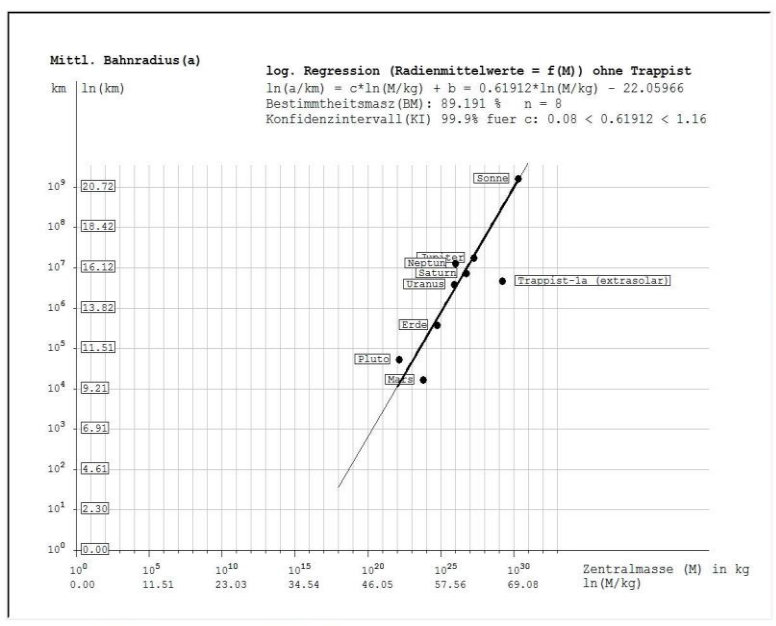


Abb. 2.2.2.10.1 Zusammenhang zwischen gemittelten Satellitenradien und Zentralmasse

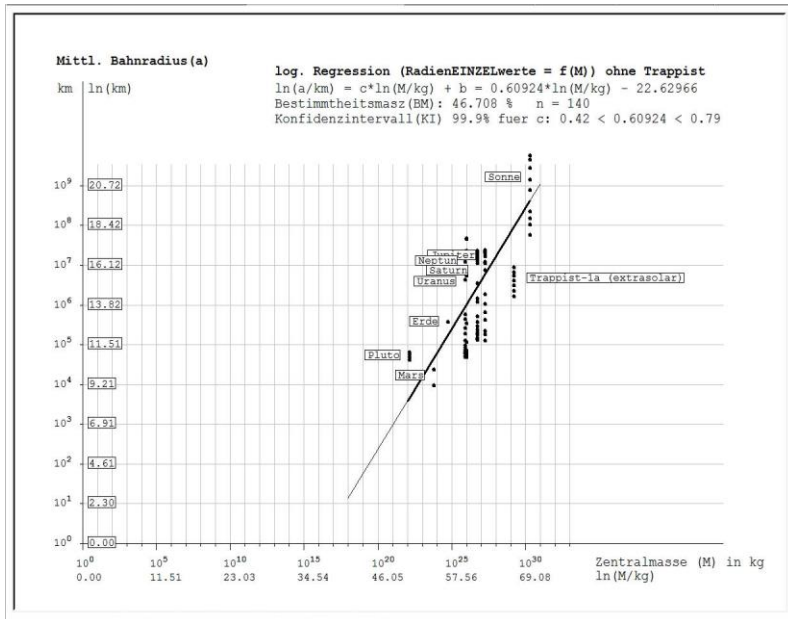


Abb. 2.2.2.10.2 Zusammenhang zwischen Satellitenradien (alle Werte) und Zentralmasse

2.2.3 Untersuchung der Verhältnisse von Wellenlängen (aus 2.2.2.2) auf ihre Übereinstimmung mit Formel (15) aus Kap. 1.

Formel (15) aus Kap. 1. sagt etwas über die Verhältnisse von Wellenlängen eines Zentralkörpers untereinander aus unter der Bedingung, dass „Sigma“ aus (14) innerhalb eines Systems für Mondgruppen teilweise konstant ist. Welche Wellenlänge ($WL[AE]$) mit welcher verglichen wird, ist hier beliebig, jede andere Wellenlänge ergibt sich dann nach der Formel (15) aus:

$$WL_{ber} = WL_{bezug} \cdot \frac{m_1}{m_2} \cdot \pi^n \quad 1. (15)$$

Am Beispiel des Planeten „Jupiter“ wird das im Folgenden untersucht. Tabelle 2.2.3.1 vergleicht mit der kürzesten Wellenlänge (aus 2.2.2.2 kursiv).

Unter „Abw %“ ist die relative Abweichung der nach (15) berechneten Wellenlänge in Prozent zur tatsächlichen aufgelistet. Unter „Art“ sind die zur Welle gehörenden Objekte (max. 3) angegeben, die Zahl ist eine Grobeinordnung ihrer Größe (0-4, klein-groß) und der Buchstabe kennzeichnet die Bahnneigung (r-regulär, i-irregulär, t-retrograd). Die letzte Zeile enthält Mittelwerte für die vorliegenden sowie berechneten Wellenlängen und für die Abweichungen.

2.2.3.1 Tabelle der Wellenverhältnisse des Jupiter (Bezug: kleinste Wellenlänge)

WL[AE]	m1	m2	m1/m2	n	WLber[AE]	Abw[%]	Art
0.0022809	4	1	4.00	-1	0.0022854	0.200	1t
<i>0.0017950</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1.00</i>	<i>0</i>	<i>0.0017950</i>	<i>0.000</i>	<i>1r 2r</i>
<i>0.0017960</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1.00</i>	<i>0</i>	<i>0.0017950</i>	<i>0.061</i>	<i>3r 4r 3r</i>
0.0126340	7	1	7.00	0	0.0125650	0.547	1t 1t
0.0056395	1	1	1.00	1	0.0056391	0.007	3r
0.0113482	2	1	2.00	1	0.0112783	0.616	1t
0.0169172	3	1	3.00	1	0.0169174	0.001	0t
0.0287558	5	1	5.00	1	0.0281957	1.947	1t
0.0027728	1	2	0.50	1	0.0028195	1.687	2r 2r
0.0080009	3	2	1.50	1	0.0084587	5.721	0t 2t
0.0143471	5	2	2.50	1	0.0140978	1.737	2t
0.0174017	1	1	1.00	2	0.0177159	1.806	2i

WL[AE]	m1	m2	m1/m2	n	WLber[AE]	Abw[%]	Art	
0.0562682	3	1	3.00	2	0.0531478	5.546	1t	0t
0.0912081	5	1	5.00	2	0.0885796	2.882	1t	1t
0.2121989	12	1	12.00	2	0.2125912	0.185	1t	0t 1t...
0.0086602	1	2	0.50	2	0.0088579	2.283	0t	
0.0251715	3	2	1.50	2	0.0265739	5.571	2i	1i 1i
0.0431589	5	2	2.50	2	0.0442898	2.620	1t	1t 0t...
0.0459922	5	2	2.50	2	0.0442898	3.701	1t	
0.0645668	7	2	3.50	2	0.0620057	3.967	1i	1i 2i
0.0778438	9	2	4.50	2	0.0797217	2.412	1t	2t 1t...
0.0246444	4	3	1.33	2	0.0236212	4.152	0t	1t 0t
0.0148614	5	6	0.83	2	0.0147632	0.661	1t	
0.0342723					0.0340002	2.195		

2.2.3.2 Vollständiger Wellenlängenvergleich für Jupitermonde

Im Vergleich aller Wellen aus Kap. 2.2.2.2, die Wellenlänge „0.00179609“ ist wegen ihrer Nähe zu „0.0017950“ weggelassen und statt „0.0027728“ ist der in der direkten gemeinsamen Analyse der 4 Galileischen Monde ermittelte Wert „0.0056395“ genommen, zeigt sich eine große Anzahl Übereinstimmungen zu Formel 1. (15).

Für die Galileischen Monde ergibt hier das Verhältnis den Wert „3.1418“, der nur 0.006 % von „Pi“ abweicht.

Die 22 Wellenlängen der Jupitermonde lassen 231 Vergleiche zu:

Alle Vergleiche haben bei einzahligen Werten relative Abweichungen von weniger als 6 %. Die Verteilung der Abweichungen ist in Abb. 2.2.3.2.1 eingezeichnet.

61.4 % der Vergleichswerte von 231 weichen weniger als 1 % ab.

44.1 % haben Relationen mit „Pi“ und 17.3 % sind ganzzahlige Verhältnisse.

Tabelle 2.2.3.2.1 stellt in Matrixform die Ergebnisse dar, oberhalb der Diagonalen die Koeffizienten in Gleichung 1.(15) „l“, „m1“ und „m2“ und unterhalb die rel. Abweichungen in Prozent, deren Verteilung als Häufigkeitsdiagramm sich im unteren Bildteil befindet.

In Abb. 2.2.3.2.2 sind alle Wellenverhältnisse dargestellt, deren rel. Abweichung kleiner als 1 % ist.

Abb. 2.2.3.2.1 Matrix der Abweichungen zu Gleichung 15; über der Diagonalen 1 ml m2; unten abs. Abw. %

0.001795	-141	112	133	092	212	163	257	081	256	193	211	275	132	285	252	181	231	272	292	281	291
0.002281	0.200	065	214	072	165	051	174	121	269	234	279	172	172	141	161	221	252	131	272	241	291
0.002773	1.687	1.888	0621	-191	139	197	082	153	359	258	421	051	081	255	151	253	221	273	191	272	281
0.005640	0.007	0.407	1.666	217	136	021	157	-131	156	031	133	249	092	158	279	486	285	276	275	253	241
0.005001	0.957	0.223	0.718	0.619	219	217	112	147	135	123	139	111	187	259	195	287	081	239	276	289	
0.008660	2.288	0.710	0.586	1.290	1.314	043	-192	053	159	158	021	-151	-191	213	051	153	223	234	091	172	252
0.011348	0.616	0.496	1.307	0.609	0.589	1.752	-172	125	043	032	022	229	-171	-181	165	197	212	135	071	081	161
0.012634	0.160	0.745	1.238	0.167	0.524	1.413	070	087	138	043	149	158	021	094	072	176	092	185	289	173	253
0.014357	0.090	0.110	1.133	0.097	0.113	0.604	0.603	0.640	113	138	065	159	074	021	031	111	154	092	259	121	296
0.014861	0.661	0.984	2.302	0.654	1.480	1.706	1.813	0152	1.035	087	076	053	053	-161	-191	111	165	249	153	288	192
0.016917	0.001	0.198	1.104	0.009	0.946	0.515	0.621	0.425	0.888	0.398	113	-132	032	053	-181	167	213	165	092	259	141
0.017402	1.806	0.617	0.117	1.813	0.841	0.466	2.180	1.372	1.064	1.804	217	-192	216	214	083	213	238	092	153	254	
0.024654	0.641	1.767	1.261	0.379	1.994	0.671	0.994	0.659	1.607	0.506	1.673	0.442	011	076	074	135	094	156	177	238	278
0.025172	0.813	0.865	0.860	0.820	1.142	1.437	0.454	0.384	0.255	1.599	0.812	0.975	2.094	087	159	095	-171	-131	177	187	267
0.028756	1.427	0.824	4.832	1.420	0.101	0.920	0.494	1.145	0.214	1.295	1.949	0.456	0.014	091	032	085	158	157	167	155	234
0.043159	2.520	0.382	0.918	0.307	1.648	0.330	0.974	2.457	0.272	1.133	0.184	0.514	0.072	1.793	059	113	097	032	095	123	212
0.045392	1.911	2.107	0.829	0.851	1.526	1.407	0.936	0.683	1.959	1.554	0.351	0.896	1.003	1.466	0.037	1.731	018	075	093	215	132
0.056268	8.546	0.019	2.729	1.080	0.242	1.269	0.475	1.040	0.119	0.430	1.089	1.744	1.458	0.323	0.344	1.383	0.840	087	149	085	165
0.065557	3.967	0.118	1.102	0.879	0.866	0.715	0.611	1.644	0.007	0.985	1.224	0.250	0.074	0.725	0.060	0.266	0.275	0.403	065	217	213
0.077544	2.412	1.216	0.713	0.103	1.442	0.127	2.047	0.115	1.057	0.088	1.205	0.596	0.541	1.586	0.527	0.203	1.529	0.927	0.467	076	178
0.091208	2.882	1.274	5.015	1.709	1.008	4.304	0.463	1.540	1.165	0.510	1.701	0.102	0.904	0.913	0.953	0.464	1.293	0.189	0.428	073	
0.212199	24.861	4.522	3.173	4.921	0.764	0.700	0.806	2.063	0.095	0.989	0.183	1.172	0.796	0.351	0.310	0.368	2.137	0.034	0.103	0.841	0.292

Verteilung der abs. rel. Abweichungen (Werte unterhalb der Diagonalen der Matrix)

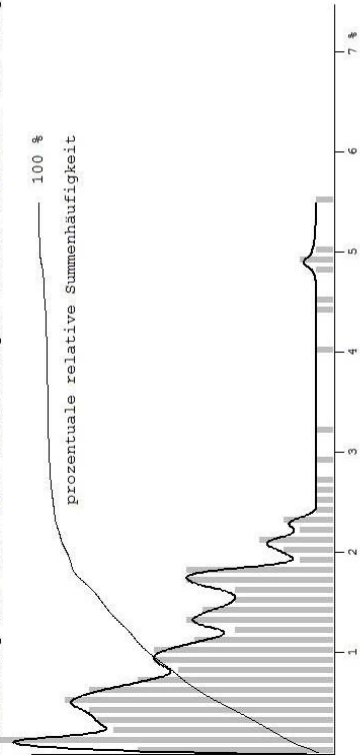
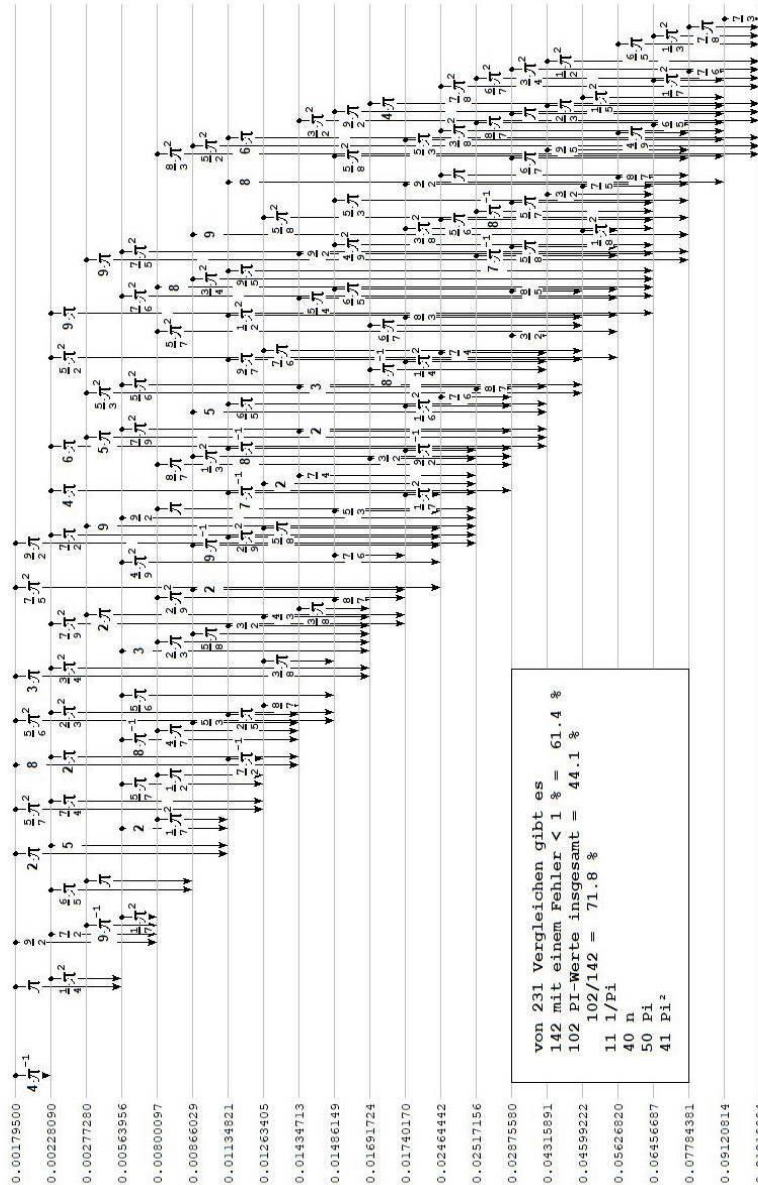


Abb. 2.2.3.2.2 Darstellung von Wellenlängenverhältnissen mit abs. Abweichungen < 1% nach Gleichung 1.(15)



2.2.3.3

Schlussfolgerungen

Bei den untersuchten Wellen existiert trotz der vermuteten Störung im Jupitersystem ein erstaunlich hoher Anteil, der Formel (15) Kap.1. bestätigt (kleine Werte für m_1 , m_2 ; wobei weniger als 1 % Abweichung auftreten) und gleichzeitig damit die Annahme, dass „Sigma₀“ eine zum Zentralkörper in Beziehung stehende konstante Größe sein muss. Allerdings ist es auch möglich, dass es mehrere verschiedene Werte „Sigma₀“ gibt, die für Gruppen von Wellenlängen gelten. Eine Unterscheidung, ob dem so ist oder die Abweichungen von Störungen herrühren, ist hier nicht vorgenommen.

Vergleicht man die den Wellen zugeordneten Satelliten (Kap. 2.2.2), so ist zu erkennen, dass die höheren Abweichungen in der Tabelle 2.2.3.1 vorwiegend bei retrograd oder irregulär umlaufenden auftreten, die zumeist wesentlich geringere Masse aufweisen. Die Abweichungen könnten auch ein Maß für die Störungsgröße dieser Satelliten zu sein.

In Kap. 2.3.1 wird der empirisch ermittelte Zusammenhang von mittlerer Wellenlänge zu Zentralmasse beschrieben und zeigt den direkten Einfluss auf „Sigma₀“. Dass er sich dennoch nicht zu einer klaren mathematischen Beschreibung der Apsidenlagen eignet, deutet an, es muss weitere Einflüsse geben. Schon die Abweichung beim Trappist-System ist zu groß, um sie allein mit der Besonderheit der Exoplanetenermittlung zu erklären.

Beim Jupiter (2.2.3.1) wird Formel (15) aus Kap. 1. vielfach gut bestätigt. Am deutlichsten bei den Galileischen Monden, aber auch bei den retrograd umlaufenden finden sich Wellenlängen mit Abweichungen unter 1 %, die sich nur um Potenzen oder ganzzahlige Werte von „Pi“ unterscheiden.

Die Wellenlängenvergleiche bei Saturn, Uranus und Neptun zeigen ähnliches (ca. 20 – 30 % Übereinstimmung mit Gleichung (15) bei Abw. < 1%), scheinen aber stärker von Störungen betroffen zu sein.

2.3 Zusammenhänge: Empirisch ermittelte Beziehungen zwischen mittleren Wellenlängen und der zugehörigen Zentralmasse und von inneren Ringanfängen (r_A) zur Zentralmasse

2.3.1 $|\text{Mittlere Wellenlänge(mWL)} / \text{km}| = f(|\text{Zentralmasse(M)} / \text{kg}|)$

Empirisch wurde, wie schon in Kap. 2.2.2.10 angedeutet, mittels linearer Regression zwischen den logarithmischen Werten der ermittelten mittleren gewichteten Wellenlängen (mWL) der untersuchten Zentralkörper (Planeten, Sonne) und deren Massen, ebenfalls im logarithmischen Maßstab, folgender Zusammenhang gefunden (vgl. Abb. 2.3.2):

$$\ln(|\text{mWL} / \text{km}|) = 0.788913 \ln(|\text{Zentralmasse} / \text{kg}|) - 34.04069 \quad (1)$$

Es liegt zwar nur ein geringer Datenumfang ($n=8$) vor, dennoch ist das Bestimmtheitsmaß von 99.74% hoch, was einen Signifikanzbereich bei 99.9% statistischer Aussagesicherheit für den Anstiegskoeffizienten von 0.69 ... 0.89 abgrenzt.^{II.1}

Der Wert 0.788913 weicht um weniger als 0,5% von einem Viertel der Kreiszahl „Pi“ ab, wird in den folgenden Umrechnungen aber nicht nur deshalb in Verbindung zur Kreiszahl gebracht. In der weiteren Darlegung wird auch bei der Untersuchung der Ringanfänge ein Bezug dazu gefunden. Bei Annahme von $\text{Pi}/4$ für den Regressionskoeffizienten muss die Konstante angepasst werden.

Aufgelöst nach mittlerer Wellenlänge und Zentralmasse ergibt (1):

$$\text{mWL} / \text{km} = 1.6456 \times 10^{-15} (\text{M} / \text{kg})^{0.788913}$$

bzw.

$$\text{mWL} / \text{AE} = 1.10002 \times 10^{-23} (\text{M} / \text{kg})^{0.788913} \quad (2)$$

II.1) R.Storm, Wahrscheinlichkeitsrechnung etc., VEB Fachbuchverlag Leipzig 1967, Kap.13.5.2 ff.

2.3.2 $|\text{Anfang eines Ringsystems}(r_A)/\text{km}| = f(|\text{Zentralmasse}(M)/\text{kg}|)$

Die logarithmischen Werte der Ringanfänge ebenfalls mithilfe linearer Regression in Beziehung zu den logarithmischen Massewerten zugehöriger Zentralkörper (in diesem Falle nur Planeten) gesetzt, ergeben folgenden Zusammenhang (vgl. dazu Abb. 2.3.1):

$$\ln(|r_A / \text{km}|) = 0.287215 \ln(|\text{Zentralmasse} / \text{kg}|) - 6.591640 \quad (3)$$

Hier ist der Datenumfang geringer ($n=5$, unter Einbeziehung Mars (Phobos)). Das Bestimmtheitsmaß ergibt 99.92% und der Signifikanzbereich für 99.9% Aussagesicherheit des Anstiegskoeffizienten liegt von 0.22 ... 0.35.

Damit ist der Anstieg dieses Zusammenhangs signifikant anders als bei der Wellenlänge. Interessant jedoch ist die Tatsache, dass die Differenz beider Anstiegsfaktoren den Wert 0.501682 ergibt (Abweichung zu 0.5 ist 0.34 %), was bedeutet, das Verhältnis der Funktionen ist nicht zur Masse direkt, sondern zu deren Wurzel proportional.

Aufgelöst lautet Gleichung (3):

$$r_A / \text{km} = 1.3718 \times 10^{-3} (M / \text{kg})^{0.287215}$$

bzw.

$$r_A / \text{AE} = 9.1699 \times 10^{-12} (M / \text{kg})^{0.287215} \quad (4)$$

Das Verhältnis von (2) zu (4) ist

$$mWl / r_A = 1.1996 \times 10^{-12} (M / \text{kg})^{0.501698} \quad (5)$$

Damit wären die mittleren Wellenlängen und Ringanfänge bei einer Zentralmasse von ca. $5.771 \cdot 10^{23} \text{ kg}$ gleich groß. Dies entspricht in etwa der Marsmasse ($6,419 \cdot 10^{23} \text{ kg}$). Aus (3) folgt für die tatsächliche Marsmasse ein Ringanfang bei $\sim 9444 \text{ km}$, Phobos hat im

Mittel eine Entfernung von 9378 km, ihn als Rest eines Ringanfanges anzusehen, scheint nicht abwegig.

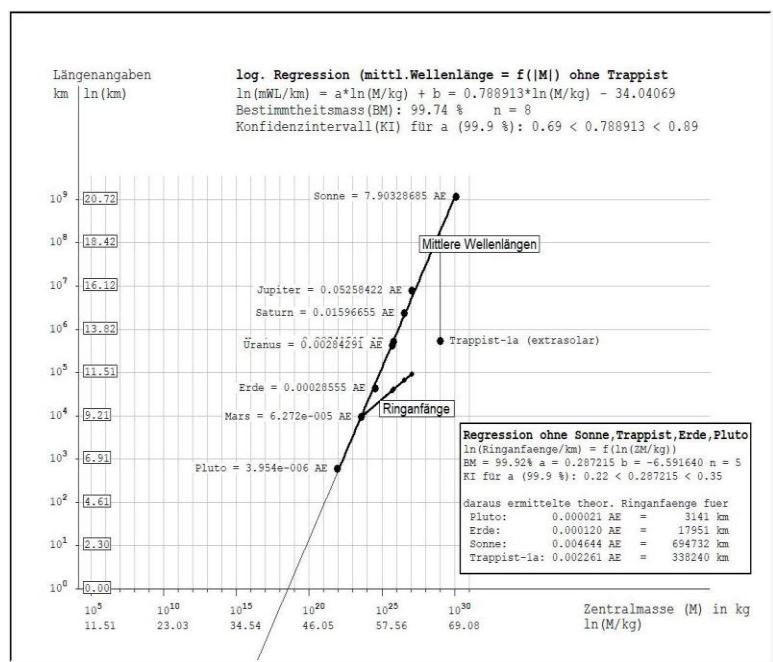


Abb. 2.3.2 Zusammenhang zwischen gewichtet gemittelten Wellenlängen und Zentralmasse sowie Ringanfängen und Zentralmasse

In Abb. 2.3.2 sind die logarithmischen Werte der mittleren gewichteten Wellenlängen (in km) über den logarithmischen Werten der Massen (in kg) von Sonne, Trappist_1a und den Planeten der Sonne aufgetragen und die dazugehörigen Angaben einer linearen Regression (diese ohne Trappist-1a) deren Ergebnisse in diesem und Kap. 2.3.1 erläutert wurden. Beim Pluto wurde Charons „Eigenwelle“ berücksichtigt.

Das gleiche Regressionsverfahren ist für die inneren Anfänge der Ringsysteme im Verhältnis zu deren Zentralkörper angewendet und im Diagramm abgebildet.

Deutlich ist im Vergleich zu den Abbildungen 2.2.2.10.1/2 zu erkennen, dass die Regression ein signifikant höheres Bestimmtheitsmaß aufweist (damit auch einen höheren Korrelationskoeffizienten).

Bemerkenswert ist der Anstiegswert (Regressionskoeffizient) der Regression. Sein vierfacher Wert entspricht relativ genau der Ludolphschen Zahl „Pi“ mit geringer Abweichung (~0.45%). Das könnte als Zufall angesehen werden, würde nicht der Regressionskoeffizient des Zusammenhanges von Ringanfängen zu Zentralmassen den Wert 0.287215 aufweisen und die Differenz zwischen beiden Koeffizienten 0.501698 ergeben. Dieser Wert liegt nahe bei 0.5.

Des Weiteren ist auffällig, der Wert 0.287215 entspricht dem Modulo des doppelten Wertes von „Pi“ mit nur einer Abweichung von 1.4%.

Geometrisch charakterisiert das den Umfangsunterschied eines Kreises zu dem Umfang eines Sechsecks dessen Kantenlängen dem Kreisradius entsprechen. (Stellt man daraus die Gleichung auf:

$2 \pi - 6 = \pi / 4 - 0.5$ so ergibt sich der für „Pi“ gut bekannte Näherungswert von $22 / 7$).

These II.9

Zwischen Zentralmasse und mittlerer Wellenlänge ihrer Satelliten besteht ein statistisch gesicherter Zusammenhang.

These II.10

Die Wellenlängen liefern ein gesichert besseres Ergebnis als einfache Abstandsbetrachtungen. Sie spielen für Satellitenbahnabstände die entscheidende Rolle.

These II.11

Die Anfänge von Ringsystemen stehen gesichert im Zusammenhang mit den dazugehörigen Zentralmassen.

These II.12

Ringsysteme sind allgemeiner Natur sofern Störungen sie nicht verhindern und die Zentralmasse größer als etwa die Masse des Mars ist. Die inneren Anfänge des Ringsystems stehen in eindeutigen Zusammenhang zur Zentralmasse. Das Verhältnis von mittlerer Wellenlänge und Ringanfang steht ebenfalls in direktem Zusammenhang zur Zentralmasse.

These II.13

Der deutlich bessere Nachweis eines Zusammenhangs zwischen Wellenlängen und Zentralmassen (Abb. 2.3.1 gegenüber Abb. 2.2.2.10.1/2) bestätigt die Wellentheorie allgemein. Die Beziehung zum Zusammenhang zwischen Ringanfängen und Zentralmasse verstärkt dies noch und bestätigt These II.8.

These II.14

Im doppeltlogarithmischen System ist der Anstieg der Zusammenhangsgeraden zwischen Zentralmasse und mittlerer Wellenlänge ca. ein Viertel der Ludolphschen Zahl π und wird damit im linearen Zusammenhang zum Exponenten der Zentralmasse.

TEIL III Weitere mathematische Ableitungen physikalischer Zusammenhänge

1. Relativistische Erweiterung von Teil II-1. Gleichung (1) und Folgerung daraus

1.1 Erweiterung der Gleichung nach Dirac

Die Gleichungen aus Teil II-1. (1) und (2) lösen Probleme, solange die Geschwindigkeiten gegenüber der Lichtgeschwindigkeit klein sind. Damit sind die Gleichungen jedoch nicht konform zur Speziellen Relativitätstheorie. Vor dem gleichen Problem stand bereits die Schroedingergleichung der älteren Quantentheorie. Da nun die Äquivalenz zwischen ihnen und dieser gegeben ist, soll der Weg zur Anpassung an die Spezielle Relativitätstheorie so beschritten werden wie es im Jahre 1928 Paul Dirac tat. Dabei wird das von Wilhelm Macke in seinem Lehrbuch der Theoretischen Physik „Quanten und Relativität“^{III.1} dargelegte mathematische Verfahren genutzt.

Die Gleichung II.1 (1)

$$-\frac{\hbar}{i} \frac{d}{dt} \Psi = H \Psi \quad \text{II.1 (1)}$$

enthält den Hamiltonoperator „H“ (ist bei Zeitunabhängigkeit identisch mit der Energie „E“), worin der Impuls mit Ortskoordinate im zweiten Grad, die Zeit aber linear auftritt. Die Spezielle Relativitätstheorie verlangt jedoch die Gleichwertigkeit von Zeit und Ort. Deshalb wird für „H“ ein Ansatz gemacht, der auch die Ortskoordinate im Impuls nur linear enthält:

$$H = mc^2 \beta + c \vec{\alpha} \vec{p} \quad (2)$$

III.1) W. Macke, Quanten und Relativität, Leipzig 1963 Akademische Verlagsgesellschaft, Geest & Portig K.-G., Kapitel 131.

Der Impuls

$$\mathbf{p} = \frac{L}{i} \frac{d}{d\mathbf{r}} \quad (3)$$

ist genau wie in der nichtrelativistischen Form der Gleichung (1) ein Operator, „c“ die Lichtgeschwindigkeit, „m“ die (Ruhe-)Masse. Über die restlichen Größen muss die Anpassung erfolgen, wobei nicht davon auszugehen ist, dass es sich bei „Alpha“ und „Beta“ um einfache Faktoren handelt, was durch den Pfeil angedeutet wird.

Die Einsteinsche Energie-Masse-Beziehung ist $E=Mc^2$. Ihre anderen Formen der Darstellung lauten abgeleitet ^{III.2}

$$E = M c^2 = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = c \sqrt{(mc)^2 + \mathbf{p}^2} \quad (4)$$

Dabei ist „M“ die bewegungsabhängige Masse und „m“ ihr bewegungsunabhängiger Teil, auch Ruhemasse genannt. „v“ ist die Relativgeschwindigkeit.

Der dritte Term von (4) wird nun, da Zeitunabhängigkeit gefordert wird und demzufolge $H = E$ gilt, mit (2) in Beziehung gesetzt. Beziehung (2) wird quadriert und (4) ebenso, um die Wurzel in (4) aufzulösen.

Das ergibt aus (2)

$$H^2 = \left(mc^2 \overset{\rightarrow}{\beta} + c \overset{\rightarrow}{\alpha} \mathbf{p} \right)^2$$

bzw.

$$H^2 = \left(mc^2 \right)^2 \overset{\rightarrow}{\beta}^2 + c^2 \overset{\rightarrow}{\alpha} \mathbf{p} \overset{\rightarrow}{\alpha} \mathbf{p} + mc^3 \overset{\rightarrow}{\beta} \overset{\rightarrow}{\alpha} \mathbf{p} + mc^3 \overset{\rightarrow}{\alpha} \overset{\rightarrow}{\beta} \mathbf{p} \quad (5)$$

und aus (4):

$$E^2 = H^2 = \left(mc^2 \right)^2 + c^2 \mathbf{p}^2 \quad (6)$$

III.2) W. Macke, Wellen, Leipzig 1963 Akademische Verlagsgesellschaft, Geest & Portig K.-G.; Kapitel 836 (15), (16), (18).

Nur wenn „Alpha“ und „Beta“ Matrizen mit den folgenden Eigenschaften

$$\vec{\beta}^2 = 1 \quad (\alpha_i \alpha_k + \alpha_k \alpha_i) = 2\delta_{ik} \quad (\vec{\beta} \vec{\alpha} + \vec{\alpha} \vec{\beta}) = 0 \quad (7)$$

sind, kann (5) mit (6) identisch sein. Beim Kroneckersymbol gilt

$$\delta_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{für } i=k \\ 0 & \text{für } i \neq k \end{cases},$$

Die Beta-Matrix kann keine Einheitsmatrix sein, sonst wäre die dritte Eigenschaft von (7) nicht erfüllbar.

Gleichung (5) vereinfacht sich somit zu

$$E^2 = H^2 = (mc^2)^2 \vec{\beta}^2 + c^2(\vec{\alpha} \mathbf{p})^2 \quad (8)$$

Die beiden Matrizen sind beibehalten, um deutlich zu machen, dass Gleichung (1) nun zu einer Matrixgleichung, also mehrkomponentigen Wellengleichung, geworden ist, wenn durch Wurzelziehen zu „H“ übergegangen wird. Allerdings wird dann aus der Energie die Beziehung

$$\vec{E} = \pm c \sqrt{m^2 c^2 \vec{\beta}^2 + (\vec{\alpha} \mathbf{p})^2} \quad (9)$$

und besitzt selbst Matrixform und man muss das negative Vorzeichen ernst nehmen. Demzufolge beschreibt die relativistische Form der Gleichung (1) sowohl die uns bekannte positive Energie

$$\vec{E}_+ = c \sqrt{m^2 c^2 \vec{\beta}^2 + (\vec{\alpha} \mathbf{p})^2} \quad (10)$$

als auch eine negative Form von Energie

$$\vec{E}_- = -c \sqrt{m^2 c^2 \vec{\beta}^2 + (\vec{\alpha} \mathbf{p})^2} \quad (11)$$

und die Summe beider „kompensiert“ sich gegenseitig bei gleichen Werten von „m“ und „p“:

$$\vec{E}_+ + \vec{E}_- = \vec{0} \quad (12)$$

Da die Gleichungen (1) und (3) den klassischen Drehimpulswert enthalten, ist es nicht möglich in der Interpretation so wie es Dirac tat, das negative Vorzeichen bei der Energie auf Ladung und Spin umzudeuten, was den Weg zur Beschreibung der Antimaterie freimachte, sondern die Interpretation kann nur dahin gehen, dass die „negative“ Energie eine eigenständige Form von Energie ist, **keinesfalls aber dass „positive“ Energie negative Werte annehmen kann**. Des Weiteren ist Energie in beiden Fällen als Matrix zu verstehen über deren Dimension bisher nicht verfügt werden musste. Sinnvoll ist eine vierdimensionale Form (drei Raumkomponenten und eine Zeitkomponente) in Einklang zur Speziellen Relativitätstheorie.

Symbolisch wird auch die „Null“ als Nullmatrix verstanden, die aussagt, dass zwei sich vollständig kompensierende Dinge von außen her nicht mehr wahrzunehmen sind und über sie keinerlei Aussagen möglich sind. Mit dieser Interpretation bleiben demnach beide Formen an Energie erhalten, auch wenn sie vereint nicht mehr wahrnehmbar sind und der Energieerhaltungssatz gilt universell.

These III.1

Es existiert eine eigenständige Form von Energie, die negativ und unabhängig von der uns bekannten Energie ist.

These III.2

Der Energieerhaltungssatz (1. Hauptsatz der Thermodynamik) gilt grundsätzlich und universell.

1.2 Konsequenz negativer Energie

Die erste Beziehung von Gleichung 1.1 (4) stellt den direkten Zusammenhang zwischen Energie und Masse her. Dieser bleibt auch bei der Ableitung von 1.1 (11) erhalten und führt zur Definition einer „negativen Masse“.

$$E_- = M_- \cdot c^2 \text{ mit } M_- = - M_+ \quad (1)$$

Bei Anwendung auf das Newtonsche Gravitationsgesetz

$$F_G = G \frac{M_1 \cdot M_2}{r^2} \quad (2)$$

bedeutet das:

- Positive Masse (positive Energie) zieht positive Masse an
- Negative Masse (negative Energie) zieht negative Masse an
- Positive und negative Massen (Energien) stoßen einander ab

These III.3

Negative Energie (Masse) stößt alle zum Standardmodell gehörende Materie, Bosonen, Fermionen und deren Antiteilchen ab (auch die Dunkle Materie muss dazu gezählt werden).

These III.4

Negative Energie (Masse) ist identisch mit der Dunklen Energie.

These III.5

Ist im Universum ungleich viel von beiden Energiearten existent, muss vor dem Urknall die Differenz vorhanden gewesen sein (Folgerung aus III.2).

These III.6

Diese Differenzmenge einer Energieart hat sich der Folgerung aus dem Newtonschen Gravitationsgesetz nach zusammengezogen, ist kollabiert auf einen kleinstmöglichen Radius und hat den Urknall verursacht.

These III.7

Zur Differenzmenge (vor dem Urknall) muss wegen These III.2 die andere Art Energie entweder in gleicher oder ungleicher Menge existiert haben und wegen der Abstoßung zwischen beiden Arten außerhalb unseres Betrachtungshorizontes liegen.

Bei gleicher Menge (die Ursache der Auslösung zu deren Entstehung ist unklar, vielleicht eine Fluktuation) vor dem Urknall ist unser Urknall der zweite, bei ungleicher der (n+1)-te. „n“ ist dann größer als 1 aber unbestimmbar. Unbestimmbar ist auch, ob der Partner zur Differenzmenge größer oder kleiner als sie selbst war.

2. Die Feinstrukturkonstante

2.1 Ableitung der Feinstrukturkonstanten

Die Feinstrukturkonstante wird mit dem griechischen Buchstaben „alpha“ bezeichnet und ist nicht zu verwechseln mit der Matrix aus Kap. 1.1.

Sie wurde 1916 von Arnold Sommerfeld entdeckt und ist eine dimensionslose Zahl und wird als Kopplungskonstante der elektromagnetischen Wechselwirkung bezeichnet.

Ihr Wert^{III.3} beträgt $7.2973525664 \cdot 10^{-3}$

Mit anderen physikalischen Konstanten steht sie im Zusammenhang:

$$\alpha = \frac{e^2}{2\varepsilon_0 hc} \quad (1)$$

„e“ ist die elektrische Elementarladung, das Plancksche Wirkungsquantum „h“ wird hier nicht reduziert verwendet, die beiden anderen Konstanten sind die Dielektrizitätskonstante und die Lichtgeschwindigkeit „c“.

Eine Ableitung der Feinstrukturkonstanten findet sich z.B. im Band II „Atombau und Spektrallinien“ von Arnold Sommerfeld in Kap. 7.^{III.4}

Hier wird eine Ableitung durchgeführt, die zur weiteren Klärung der Bedeutung der Feinstrukturkonstanten beitragen soll.

III.3) Wikipedia/Feinstrukturkonstante 05.12.2018

III.4) A. Sommerfeld, Atombau und Spektrallinien, Friedr. Vieweg & Sohn Braunschweig

Eine Masse „M“ möge durch eine unbekannte Kraft auf eine Kreisbahn gezwungen werden, auch dann, wenn sie sich im Grenzfall sehr nahe der Lichtgeschwindigkeit bewegt. Dann setzt sie dieser Kraft die Zentrifugalkraft

$$F_Z = \lim_{v \rightarrow c} \left(\frac{M(v)v^2}{r} \right) \quad (2)$$

entgegen. Die Energie dieser „Masse“ ist $E = M(v) c^2$. Nach $M(v)$ aufgelöst geht (2) über in

$$F_Z = \lim_{v \rightarrow c} \left(\frac{Ev^2}{c^2 r} \right) \quad (3)$$

Bei Erreichen des Grenzfalles $v = c$ kann „E“ ersetzt werden durch

$$E = h \nu = \frac{hc}{\lambda} \quad (4)$$

und (2) wird zu

$$F_Z = \frac{h c}{\lambda r} \quad (5)$$

Ist die Wellenlänge identisch mit dem Kreisbahnumfang

$$\lambda = 2\pi r \quad (6)$$

zum Radius „r“, so lässt sich (5) umformen in

$$F_Z = \frac{hc}{2\pi r^2} \quad (7)$$

Die Annahme (6) ist analog getroffen zur seinerzeit von De Broglie

formulierter Beschreibung von Materiewellen^{III.5}. Dass hier nur eine spezielle Wellenlänge genommen wurde und nicht ganzzahlig kürzere, die ebenfalls die Bedingung stationärer Wellen auf einem Umlauf erfüllen würden und damit stationäre Abläufe darstellen, liegt daran, dass dann in (2) ein ganzzahliges Vergrößern der Masse „M(v)“ erfolgte, was nur eine Art Multiplikation der Gleichung (9) auf beiden Seiten zur Folge hätte und am Ausgang der Gesamtüberlegung nichts ändern würde.

Wie nun die unbekannte Kraft aussieht, die gleich (7) sein muss, wird durch einen Vergleich zur bekannten Elementarkraft der elektrostatischen Anziehung zweier Elementarladungen ermittelt, auch Coulomb-Kraft genannt. Die Coulomb-Kraft ist bekannt als

$$F_C = \frac{e^2}{4\pi \epsilon_0 r^2} \quad (8)$$

Die unbekannte Kraft wird wie folgt angesetzt

$$F_\gamma = f \cdot F_C = f \cdot \frac{e^2}{4\pi \epsilon_0 r^2} \quad (9)$$

mit einem zunächst unbekannten Faktor „f“.

Da „F_Z“ gleich groß zu „F_γ“ sein muss, kann „f“ aus (7) und (9) bestimmt werden.

$$f = \frac{hc}{2\pi r^2} \cdot \frac{4\pi \epsilon_0 r^2}{e^2} = \frac{2hc\epsilon_0}{e^2} \quad (10)$$

Der Vergleich von (10) mit (1) liefert für den Faktor „f“

$$f = \frac{1}{\alpha} \quad (11)$$

III.5) W. Macke, Wellen, Leipzig 1962 Akademische Verlagsgesellschaft, Geest & Portig K.-G.; Kapitel 311.

und bedeutet, dass die gesuchte (Elementar-) Kraft ca. 137 Mal stärker ist als die elektrostatische Kraft zwischen zwei Elementarladungen und stellt somit ein Art Kraftgrenze dar, weil höhere Geschwindigkeiten als die Lichtgeschwindigkeit für Materie nicht möglich sind. Dann aber ist die Feinstrukturkonstante das Verhältnis der (elementaren) Coulomb-Kraft zur Grenzkraft und diese ist dem Betrage nach stets

$$F_{\gamma} = F_{\text{GRENZ}} = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{e^2}{4\pi \epsilon_0 r^2} = \frac{1}{\alpha} \cdot F_C \quad (12)$$

These III.8

Es existiert eine elementare Kraftgrenze, die auch als Zentrifugalkraft dargestellt werden kann (Aktio = Reaktio).

These III.9

Die Feinstrukturkonstante entspricht dem Verhältnis der elementaren Coulomb-Kraft zu einer Kraftgrenze. Diese Grenzkraft ist dem Betrag nach 137,0359991 Mal stärker als die elektrostatische Kraft zwischen zwei Elementarladungen.

2.2 Zusammenhang zu Planckeinheiten

Max Planck definierte in seiner Veröffentlichung von 1906 über die Theorie der Wärmestrahlung für die physikalischen Grundgrößen eine Darstellungsform, in der Grundgrößen auf Naturkonstanten wie die Lichtgeschwindigkeit, die Gravitationskonstante und das Plancksche Wirkungsquantum, bei elektromagnetischen Größen noch auf die Dielektrizitäts- sowie bei thermischen Größen auf die Boltzmann-Konstante zurückgeführt werden.

Die in Kap. 2.1 (12) beschriebene Grenzkraft ist identisch mit der Gravitationskraft zwischen zwei Planck-Massen^{III.6} und der elektrostatischen Kraft zweier Planck-Ladungen, denn eine Planck-Ladung entspricht

$$Q_P = \frac{e}{\sqrt{\alpha}} \quad (1)$$

und die Grenzkraft 2.1 (12) kann damit formal als

$$F_{\text{GRENZ}} = \frac{(Q_P)^2}{4\pi \epsilon_0 r^2} = \frac{G \cdot (M_P)^2}{r^2} = \frac{hc}{2\pi r^2} \quad (2)$$

dargestellt werden, „G“ ist die Gravitationskonstante und „M_P“ die Planck-Masse.

Die Planck-Kraft^(siehe III.6) ist definiert durch

$$F_P = \frac{c^4}{G} \quad (3)$$

Das Newtonsche Gravitationsgesetz (Kap. 1.2 (2)) lautet

$$F_G = G \frac{M_1 \cdot M_2}{r^2} \quad (4)$$

III.6) Wikipedia/Planck-Einheiten 06.12.2018

und geht mit der ersten Beziehung 1.1 (4) über in

$$F_G = G \frac{E_1 \cdot E_2}{c^4 r^2} = \frac{1}{F_P} \cdot \frac{E_1}{r} \cdot \frac{E_2}{r} . \quad (5)$$

Gleichung (5) lässt sich so interpretieren: die gesuchte (Newtonsche) Anziehungskraft durch Gravitation zweier Energien multipliziert mit der Planck-Kraft ist gleich dem Produkt zweier diesen Energien zugeordneter Anziehungs-Kräfte, die beide aufeinander im Abstand „r“ einwirken.

These III.10

Die in Kap. 1.1 beschriebene Grenzkraft ist dem Betrage nach identisch mit der elektrostatischen Coulomb-Kraft, die zwischen zwei Planck-Ladungen herrscht und auch der Newtonschen Gravitationskraft zwischen zwei Planck-Massen. Die Gravitationskonstante „G“ steht in keinerlei Zusammenhang zu den anderen Naturkonstanten.

2.3 Begrenzung des Periodensystems chemischer Elemente

Aus der Beziehung 2.1. (12) folgt, da die Grenzkraft ihrer Natur und Ableitung nach eine Zentrifugalkraft ist, dass wenn eine der Ladungen im Coulomb-Gesetz den Wert des 137-fachen der Elementarladung erreicht, das Zentrum bildet und auf die zweite (hier Elementarladung) anziehend wirkt, letztere mit nahezu Lichtgeschwindigkeit umlaufen müsste um die Anziehung zu kompensieren.

Bei Atomen hieße das, im Kern befänden sich 137 Protonen (137 positive Elementarladungen) und das innerste umlaufende Elektron müsste nahezu Lichtgeschwindigkeit besitzen, um nicht in den Kern zu stürzen. Da dies unwahrscheinlich oder nahezu ausgeschlossen ist, wird es in den Kern stürzen und eine positive Ladung neutralisieren, indem eine Reaktion wie sie in der Teilchenphysik^{III.7} beschrieben wird stattfindet. Dann aber sind nur noch 136 positive Ladungen im Kern vorhanden und dieses Atom wäre ein Isotop des 136. chemischen Elementes.

Aus dieser Überlegung folgert, dass es theoretisch maximal 136 chemisch verschiedene Elemente geben kann und das Periodensystem nach oben hin begrenzt ist.

Bisher sind 118 Elemente nachgewiesen^{III.8} und somit würden genau 18 neue, also eine Reihe noch, nachgewiesen werden können.

These III.11

Das Periodensystem der chemischen Elemente besteht aus maximal 136 verschiedenen Elementen.

III.7) Wikipedia/Betastrahlung/Elektroneneinfang 14.12.2018

III.8) Wikipedia/Periodensystem 08.12.2018

3. Zur Nichtsingularität bei extrem hohen Massekonzentrationen

Gleichung II.1 (1) lautet

$$-\frac{L}{i} \frac{d}{dt} \Psi = H \Psi \quad (1)$$

Die Schroedingergleichung der älteren Quantentheorie hat die Form

$$-\frac{h}{2\pi i} \frac{d}{dt} \Psi = H \Psi \quad (2)$$

Soll nun für (1) erfüllt werden, dass sie im Grenzfall kleiner werdenden Drehimpulses in Gleichung (2) exakt übergeht und dass Gleichung (2) die Gleichung für den kleinstmöglichen Drehimpuls ist (Korrespondenzprinzip), so ist dies nur zu erfüllen, wenn für den Drehimpuls

$$L = \left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{h}{\pi} \quad \text{für } -\infty < n < \infty \quad (3)$$

gilt, denn dann geht Gleichung (2) aus (1) für „ $n = 0$ “ hervor, wobei „ n “ eine ganze Zahl ist. Für „ $n = 0$ “ und „ $n = -1$ “ geht der kleinste Wert des Drehimpulses in

$$L_{\min} = \pm \frac{h}{2\pi} \quad (4)$$

über.

Gleichung (3) stellt eine einfache, mathematisch definierte Korrespondenz zwischen dem Wert des ‚klassischen‘ Bahn-Drehimpulses und dem reduzierten Planckschen Wirkungsquantum her, was bei Betrachtungen zur ART (Allgemeine Relativitätstheorie) von Bedeutung sein wird.

Besonders bemerkenswert ist, dass der Drehimpuls als mechanisch-physikalische Größe sich selbst nur um das **Doppelte** des Reduzierten Planckschen Wirkungsquantums ändern kann und eine gequantelte Größe ist (vgl. Kap. II.1).

$$L = (2n + 1) L_{\min} \quad (5)$$

These III.12

Der Betrag des klassischen Drehimpulses ist keine analoge physikalische Größe, sondern entspricht einer ungeradzahligen Menge Reduzierter Planckscher Wirkungsquanten.

These III.13

Der Betrag des klassischen Drehimpulses ist stets größer als „Null“.

These III.14

Die kleinstmögliche Änderung des klassischen Drehimpulses entspricht dem Spinwert eines (durch die ART postulierten) Gravitons.

Aus Gleichung (4) folgt weiterhin, dass das Reduzierte Wirkungsquantum als ein Drehimpulswert betrachtet werden kann, der sich formal aus „Masse (Energie)“, „Rotationsgeschwindigkeit“ und „Abstand vom Drehzentrum (Radius)“ zusammensetzt genau wie der Drehimpuls selbst

$$|L_{\min}| = M(v) \cdot v \cdot r \quad (5)$$

und damit in die Beziehung

$$|h| = 2\pi L_{\min} = M(v) \cdot v \cdot 2\pi \cdot r \quad (6)$$

im Grenzfall übergeht.

Da die Masse nicht „Unendlich“ groß werden kann und die Geschwindigkeit kleiner als die Lichtgeschwindigkeit bleiben muss für jede beliebige Masse, ist der Radius stets größer als „Null“ für alle Materie, die mit dem Wirkungsquant in Verbindung steht..

These III.15

Schwarze Löcher und Elementarteilchen mit Spin- und Ruhemassewert sind keine Singularitäten.

These III.16

Alle Elementarteilchen, die einen Spin besitzen und sich nicht mit Lichtgeschwindigkeit bewegen, müssen von der Geschwindigkeit unabhängige Masse (Energie) haben.

4. Ein Weg zur Quantengravitation

4.1 Die Schwarzschildmetrik in der Allgemeinen Relativitätstheorie (ART)

In der ART wird der Einfluss der Gravitation als Raum- und Zeit krümmende Eigenschaft barionischer Materie verstanden. Gekrümmte Räume werden mathematisch mit Hilfe der Differentialgeometrie beschrieben und das Linien(Weg)element wird dort ausgedrückt durch:

$$ds^2 = g_{\nu\mu} dx^\nu dx^\mu \quad (1)$$

Die Indizes geben die Koordinaten des betrachteten Raumes an und seine Dimension, je nachdem wie weit sie laufen. Im Allgemeinen beginnt ihre Zählung bei „1“, in der ART bei „0“, um die Zeit als Nullkoordinate von den üblichen Raumkoordinaten abzugrenzen.

„g“ ist eine Matrix, genauer ein Tensor (auch Masstensor, Metrik genannt), worin die Eigenschaften des Raumes enthalten sind.

Um die oben genannte Forderung zu erfüllen, muss das Potential der Gravitation folglich in diese Matrix integriert werden.

Das geschieht über die aus der Mechanik her bekannte Methodik der Wegvariation, die zur Euler-Lagrange-Gleichung führt und für Lagrangefunktionen nicht nur zum kürzesten „Weg“ zwischen beliebigen Punkten, sondern auch über die speziell in der Mechanik geltende Lagrangefunktion die Möglichkeit zum Einbau der Gravitation in die Metrik bietet:

$$L = T - V \quad (2)$$

lautet sie in der Mechanik.

Die Geodätengleichung im beliebig gekrümmten Raum leitet sich aus (1) ab nach folgendem Verfahren:

$$\delta \int ds \stackrel{!}{=} 0 = \delta \int \sqrt{g_{\nu\mu} dx^\nu dx^\mu} = \delta \int \sqrt{g_{\nu\mu} \frac{dx^\nu}{ds} \frac{dx^\mu}{ds}} ds \quad (3)$$

Aus (3) ist zu ersehen, dass der Wurzelausdruck in der letzten Gleichung gleich „1“ ist und andererseits eine Lagrangefunktion, die der Euler-Lagrange-Gleichung genügen muss. Diese lautet allgemein:

$$\frac{d}{ds} \left(\frac{\frac{dL}{dx}}{\frac{ds}{ds}} \right) - \frac{dL}{dx} = 0 \quad (4)$$

Ausführen der Differentiationen und Einführung der Christoffelsymbole führt zur Geodätengleichung (siehe zum Beispiel I.11 Kap.2.1):

$$\frac{d^2 x^\mu}{ds^2} + \Gamma_{\alpha\beta}^\mu \frac{dx^\alpha}{ds} \frac{dx^\beta}{ds} = 0 \quad (5)$$

Gelingt es, die Gravitation ausschließlich in die Metrik einzubinden, erfolgen damit alle Bewegungen bei Fehlen anderer Kräfte auf Geodäten.

Zur Einbindung der Gravitation wird wieder das Hamiltonsche Prinzip genutzt. ^{III.9}

$$\delta \int L dt \stackrel{!}{=} 0 \quad (6)$$

III.9) Skript zur Vorlesung ART von Apl. Prof. Dr. rer. Nat. Jörg

Main /Script von Michael Klas, Kap.5.3.1

<http://docplayer.org/40135170-Skript-zur-vorlesung-allgemeine-relativitaetstheorie.html>

Als Lagrangefunktion „ L “ (nicht zu verwechseln mit dem Drehimpuls!) wird nun (2) verwendet mit dem Ansatz:

$$L = T - V - mc^2 \quad (7)$$

„ mc^2 “ ist die geschwindigkeitsunabhängige Energie, konstant und mit dem Newtonschen Gravitationspotential für „ V “ wird daraus:

$$L = mc^2 \left(-1 + \frac{\dot{\mathbf{X}}^2}{2c^2} + \frac{GM}{r c^2} \right) \quad (8)$$

bzw.:

$$L = -mc^2 \sqrt{1 - \frac{\dot{\mathbf{X}}^2}{c^2} - \frac{2GM}{r c^2}} \quad (9)$$

Anm.: Da die Terme mit „ c^2 “ im Nenner sehr klein sind, gilt die Wurzelentwicklung.

(9) wird in (6) eingesetzt:

$$\delta \int L dt \stackrel{!}{=} 0 = -mc \cdot \delta \int \sqrt{c^2 dt^2 - \dot{\mathbf{x}}^2 dt^2 - \frac{2GM}{r} dt^2} \quad (10)$$

Der Vergleich mit dem zweiten Teil von (3) führt auf:

$$ds^2 = c^2 dt^2 \left(1 - \frac{2GM}{rc^2} \right) - dx^2 - dy^2 - dz^2 \quad (11)$$

Das ergibt die Metrik:

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{2GM}{rc^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (12)$$

und man erkennt, dass der erste Term „ g_{00} “ eine Singularität enthält, die beim Übergang zu kugelsymmetrischen Koordinaten zum Tragen kommt:

$$g_{00} = 0 \text{ für } r_s = \frac{2GM}{c^2} \quad (13)$$

Diesen Radius nennt man Ereignishorizont oder auch Schwarzschild-Radius, weil unterhalb von ihm keinerlei Aussagen mehr möglich sind und selbst Elektromagnetische Strahlung aus dem Innern ihm nicht entkommen kann. Es ist die mathematische Begründung „Schwarzer Löcher“. Er ist im Übrigen für eine Planckmasse „ M_P “ identisch mit der doppelten Plancklänge „ L_P “:

$$r_s = \frac{2GM}{c^2} \stackrel{!}{=} 2 L_P \quad (14)$$

Da

$$M \stackrel{!}{=} M_P = \sqrt{\frac{hc}{2\pi G}} \quad (15)$$

und

$$L_P = \sqrt{\frac{G h}{2\pi c^3}} \quad (16)$$

folgt Behauptung (14).

Geht man von (kartesischen) Koordinaten zu Kugelkoordinaten über, was für ruhende, schwach oder nicht rotierende Zentralmassen notwendig ist, so ist zu ersehen, da die Gravitation dann nur radial wirkt, dass nur die Zeitkomponente und der sich radial ändernde Term beeinflusst werden.

Gesucht ist also die statische Metrik außerhalb der Masse (im Vakuum).

Mit dem Ansatz für das Linienelement in symmetrischen Kugelkoordinaten

$$ds^2 = f(r) c^2 dt^2 - g(r) dr^2 - r^2 d\vartheta^2 - r^2 \sin^2 \vartheta d\varphi^2, \quad (17)$$

der sich daraus ergebenden Metrik und den Einsteinschen Feldgleichungen

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} = \kappa T_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}, \quad (18)$$

die im Vakuum zu

$$R_{\mu\nu} = 0$$

führen, können über Bestimmung der Christoffelsymbole und Lösung des zum Ricchi-Tensor verjüngten Krümmungstensors die Funktionen „f(r)“ und „g(r)“ bestimmt werden und man erhält die gesuchte Schwarzschildmetrik für das durch die Gravitation einer ruhenden, nicht rotierenden Zentralmasse erzeugte statische Krümmungsfeld:

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{2GM}{rc^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{1 - \frac{2GM}{rc^2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -r^2 \sin^2 \vartheta \end{pmatrix} \quad (19)$$

Hier wird die Singularität in Term „ g_{11} “ deutlich. In der eigentlichen Schwarzschildmetrik wird für den Ausdruck „ $2GM/c^2$ “ der Schwarzschildradius „ r_s “ genutzt (13), hier aber in Hinblick auf Kapitel 4.2 bewusst nicht.

Der vollständige Ablauf des in diesem Kapitel nur angedeuteten Rechenweges kann z.B. in der angegebenen Literaturstelle III.9 Kapitel 6.1 nachvollzogen werden.

4.2 Der Ansatz zur Quantengravitation über die Schwarzschildmetrik

Aus der Newtonschen Mechanik ist im Zentralkörperproblem der Zusammenhang des Bahndrehimpulses zur Zentralmasse und einem Bahnparameter, dem so genannten Halbparameter (in Polarkoordinaten der Abstand vom Zentrum zum Bahnpunkt bei einem Winkel von 90 Grad) bekannt.

Für den kugelsymmetrischen Fall ist dieser Bahnparameter identisch mit dem Radius und der Bahndrehimpuls kann ausgedrückt werden durch ^{III.10}:

$$L^2 = k GM m^2 \quad (1)$$

„k“, der Halbparameter der elliptischen Bahn, ist im kugelsymmetrischen Fall mit dem Radius identisch.

Nun gibt es zwei Möglichkeiten mit „k = r“ Gleichung (1) in die Metrikterme „g₀₀“ und „g₁₁“ einzusetzen und dann mit Gleichung (5) aus Kapitel 3. einen Übergang zum Wirkungsquantum zu erzeugen.

III.10) W. Macke, Mechanik der Teilchen Systeme und Continua, Leipzig 1962 Akademische Verlagsgesellschaft, Geest&Portig K.-G.; Kap. 245

4.2.1 Eliminieren des Radius

Die weitere Betrachtung wird nur mit dem Term „ g_{00} “ durchgeführt, da am hierbei auftretenden „Ereignishorizont“ die Folgen diskutiert werden sollen.

Für „ g_{00} “ ergibt sich zunächst:

$$g_{00} = 1 - \frac{2(GM)^2 m^2}{c^2 L^2} = -\frac{1}{g_{11}} \quad (1)$$

und mit Gleichung (5) aus Kap. 3. wird daraus:

$$g_{00} = 1 - \frac{8(GM)^2 m^2 \pi^2}{c^2 (2n+1)^2 h^2} = -\frac{1}{g_{11}} \quad (2)$$

Der „Ereignishorizont“ tritt auf, wenn

$$Mm = \frac{c h (2n+1)}{G\pi\sqrt{8}} \quad (3)$$

wird. „ M “ ist die (größere) Zentralmasse und „ m “ die umlaufende und aus (3) folgt, dass die beiden Massen im Produkt dann nur noch diskrete Werte annehmen können.

Sind beide gleich, folgt dass die kleinstmöglichen Massen „ $n=0$ “, die einander durch Gravitation umkreisen können, etwa $4/5$ der Planckmasse entsprechen:

$$M_{\min} = \sqrt{\frac{c h}{G\pi\sqrt{8}}} = \frac{1}{\sqrt[4]{2}} M_{Pl} \approx 0.841 M_{Pl} \quad (4)$$

und dort der Beziehung

$$M_n = \frac{\sqrt{(2n+1)}}{\sqrt[4]{2}} M_{Pl} \quad (5)$$

folgen sollten. Kleinere Massen können aber um größere auf elliptischen oder kreisförmigen Bahnen laufen, jedoch stets im Rahmen von Beziehung (3).

These III.17

Da alle Teilchen des Standardmodells Massen weit unterhalb von $10^{19} \text{ GeV}/c^2$ (Planckmasse $\sim 1.2 \cdot 10^{19} \text{ GeV}/c^2$ besitzen) spielt die Gravitation bei ihnen und auch in atomaren Bereichen keine Rolle.

4.2.2 Eliminieren von „GM“

Im Term „ g_{00} “ (analog „ g_{11} “) wird der Gravitationseinfluss durch Gleichung (1) aus Kap. 4.2.1 ersetzt und es entsteht:

$$g_{00} = 1 - \frac{2L^2}{r^2 c^2 m^2} = - \frac{1}{g_{11}} \quad (1)$$

Auch hier wird der Drehimpuls mithilfe der Beziehung (5) Kap. 3. eingesetzt, woraus

$$g_{00} = 1 - \frac{2 \cdot (2n+1)^2 h^2}{4\pi^2 r^2 c^2 m^2} = - \frac{1}{g_{11}} \quad (2)$$

folgt.

Offensichtlich ist die Zentralmasse durch die umlaufende Masse ersetzt und liefert an der singulären Stelle zu jedem Radius eine Schar diskreter Werte für diese.

Anm.: Eliminiert man statt „GM“ nur „G“ bleibt die Zentralmasse mit „ M^2 “ im Nenner neben „ m^2 “ erhalten und der Radius für Gleichung 4.2.1 (3) kann bestimmt werden.

Andererseits ergibt sich in analoger Weise zum Schwarzschildradius zu jedem Massenwert ein „Ereignishorizont“, wenn der Zählfaktor „ n “ Null und damit der kleinstmögliche Wert für den Bahndrehimpuls erreicht wird. Im Gegensatz zum Schwarzschildradius, der mit zunehmender Masse größer wird, strebt dieser „Ereignishorizont“ (als „ r_G “ bezeichnet) bei zunehmender Masse immer kleineren Werten zu, ohne jedoch selbst Null werden zu können. Bis auf einen Zahlenfaktor (ART-bedingt) ist diese Aussage identisch mit der in Kap. 3 getroffenen.

$$r_G = \frac{h}{\sqrt{2} \pi c m} \quad (3)$$

Mit zunehmendem Zählfaktor „ n “ vergrößert er sich allerdings wieder.

Das Ergebnis (3) verleitet zu der Aussage, Materie befindet sich oberhalb des Wertes (3) und bei „Schwarzen Löchern“ muss sich die Masse zwischen Schwarzschildradius „ r_s “ und „ r_G “ befinden, was offensichtlich bei Elementarteilchen nicht gelten kann und nur den Schluss zulässt, ihre Existenz wird nicht durch Gravitation bestimmt, sondern bei ihnen müssen ganz andere „Kräfte“ wirken, eventuell die in Kap. III.2.1 beschriebene Kraftgrenze?

Ist der Radius „ r_G “ größer als der Schwarzschildradius, kann sich kein Schwarzes Loch durch Gravitation ausbilden. Somit ist das kleinstmögliche auf der Gravitation beruhende Schwarze Loch denkbar, wenn beide Radien etwa gleich groß sind und dieses müsste dann auch noch eine Kugelschale oder einen Ring bilden:

$$r_G = \frac{h}{\sqrt{2} \pi c m} \stackrel{!}{=} r_s = \frac{2GM}{c^2} \quad (4)$$

Setzt man „ $m=M$ “, ergibt sich eine Mindestmasse, die zu einem Schwarzen Loch führen könnte mit

$$M = \frac{1}{\sqrt[4]{2}} M_P$$

dem in Kap. III.4.2.1 (4) diskutierten Wert.

TEIL IV Zusammenfassende Betrachtung der Makroquantentheorie

Die Theorie der Makroquantenphysik lässt sich aus der Newtonschen Mechanik unter Nutzung der Keplerschen Gesetze und des Hamiltonformalismus herleiten und führt zu einem der Quantenphysik nach Schroedinger analogen Gleichungssystem, in dem allerdings die Rolle des reduzierten Wirkungsquantums der klassische Bahndrehimpulswert übernimmt. Da dieser keine Konstante in der Physik ist, sind die mathematischen Lösungen der Quantentheorie i. A. nicht verwendbar. Analysen und Ergebnisse der Makroquantentheorie in Bezug auf z.B. die Struktur der Planetenbahnen im Sonnensystem zeigen, dass ebene (räumliche) Wellen zur Lösung führen und erzwingen die Annahme, im Hamiltonoperator darf das Gravitationspotential nicht auftauchen, sondern muss sich in den Raum und Zeit bestimmenden Größen wiederfinden. Dies ist eine Forderung, die auch von der Allgemeinen Relativitätstheorie (ART) erhoben wird. Die Ergebnisse zeigen des weiteren die völlige Äquivalenz der makroquantenmechanischen Interpretation zu quantenmechanischen Deutungen. Im Besonderen lassen die Ergebnisse die Struktur des Sonnensystems klar erkennen, die durch zwei charakteristische Wellenlängen für den radialen Teil der Lösungen (Quadrate von Cosinus- und Sinuswellen mit Wellenlängen von $1/6$ und π^2 AE) beschrieben wird. Demnach gehört Pluto zur Cosinus²welle Saturn-Uranus-Neptun-Pluto und hat den 3. kleinen Planeten gleicher Wellenlänge der Sinus²welle Jupiter-Uranuskreuzer?-Charon, eingefangen. Alle inneren Planeten werden von der Cosinus²welle mit der Wellenlänge $1/6$ AE beschrieben, zeigen aber deutlich eine einheitliche Störungsgröße, die mit dem Mondeinfang (ursprünglich 3. Planet dieser Welle) durch die Erde erklärbar ist. Die abnorme Achslage des Uranus kann mit einem Zusammenstoß des „Uranuskreuzer“ genannten ursprünglichen 2. Planeten der Sinus²welle erklärt werden.

Die völlige Äquivalenz der Makroquantentheorie zur Quantentheorie nach Schroedinger führt über das Korrespondenzprinzip zu einem mathematisch exakten Zusammenhang zwischen Bahndrehimpulswert und reduziertem Wirkungsquantum, womit sich ein Zugang zur

Quantengravitation finden lässt. Demnach ist der Drehimpuls eine gequantelte Größe und sein kleinster Wert entspricht dem reduzierten Wirkungsquantum (entspricht auch dem Wert aus Plancklänge mal Planckimpuls), während er sich selbst nur um das doppelte dieses Wertes ändern kann, was dem Spinwert des durch die ART postulierten Gravitons entspricht.

Die Einführung des Zusammenhangs Drehimpuls-Wirkungsquantum zeigt speziell bei der Raum-Zeitmetrik nach Schwarzschild, welche Bedeutung dort den Planckeinheiten von Masse, Länge und Impuls zukommt. Die kleinst möglichen Massen, die gravitativ einander umlaufen können, entsprechen etwa 85% der Planckmasse und zeigen, dass Gravitation bei Elementarteilchen keine Rolle spielen kann. Der kleinstmögliche Radius entspricht dabei 2 Plancklängen.

Ebenso ergibt sich, dass beliebig große Massen keine Singularitäten bilden können, also auch Schwarze Löcher einen endlichen Minimalradius haben, der mit zunehmender Masse kleiner wird, während der Schwarzschildradius zunimmt. Eine Masse von $(1/2)^{1/4}$ Planckmassen führt zu gleichen Radien (s.o).

Die Erweiterung der Makroquantentheorie auf Bewegungen nahe der Lichtgeschwindigkeit deutet auf eine „negative“ Energie hin, die wohl der Dunklen Energie entspricht, normale Materie (positive Energie) abstößt, sich selbst aber anzieht und bei gleicher Menge vereint von beiden Formen einzeln nicht mehr wahrgenommen werden kann.

Die dafür notwendige Kraft ist möglicherweise eine Grenzkraft (theoretisch größte Elementarkraft), die bei der vorgestellten Ableitung der Feinstrukturkonstanten, diese als Verhältnis der Coulombkraft zweier Elementarladungen zu dieser Elementarkraftgrenze definiert und das Periodensystem der chemischen Elemente auf 136 begrenzt.

Die Anerkennung einer „negativen“ Energie lässt es zu, den Energieerhaltungssatz als universell geltendes physikalisches Gesetz anzusehen und erfordert dann eine etwas andere Interpretation des Urknalls, da normale Energie (baryonische und dunkle) sowie „negative“ in ungleicher Menge zu existieren scheinen.

Literaturverzeichnis:

Teil II

- II.1) R.Storm, Wahrscheinlichkeitsrechnung etc., VEB
Fachbuchverlag Leipzig 1967, Kap.13.5.2 ff.
- II.2) Wikipedia/Jupiterringe (Saturnringe, etc.) Abfrage vom
01.08.2017

Teil III

- III.1) W. Macke, Quanten und Relativität, Leipzig 1963
Akademische Verlagsgesellschaft,
Geest & Portig K.-G.; Kapitel 131.
- III.2) W. Macke, Wellen, Leipzig 1963 Akademische
Verlagsgesellschaft, Geest & Portig
K.-G.; Kapitel 836 (15), (16), (18).
- III.3) Wikipedia/Feinstrukturkonstante 05.12.2018
- III.4) A. Sommerfeld, Atombau und Spektrallinien,
Friedr.Vieweg & Sohn Braunschweig
- III.5) W. Macke, Wellen, Leipzig 1962 Akademische
Verlagsgesellschaft, Geest & Portig K.-G.; Kap. 311.
- III.6) Wikipedia/Planck-Einheiten 06.12.2018
- III.7) Wikipedia/Betastrahlung/Elektroneneinfang 14.12.2018
- III.8) Wikipedia/Periodensystem 08.12.2018

III.9) Skript zur Vorlesung ART von Apl. Prof. Dr. rer. Nat. Jörg
Main /Script von Michael Klas, Kap.5.3.1

<http://docplayer.org/40135170-Skript-zur-vorlesung-allgemeine-relativitaetstheorie.html>

III.10) W. Macke, Mechanik der Teilchen Systeme und
Kontinua, Leipzig 1962 Akademische
Verlagsgesellschaft, Geest&Portig K.-G.; Kap. 245